プログラマブルなモジュラスを採用した ダイレクト・デジタル・シンセシス (DDS)

著者: Ken Gentile

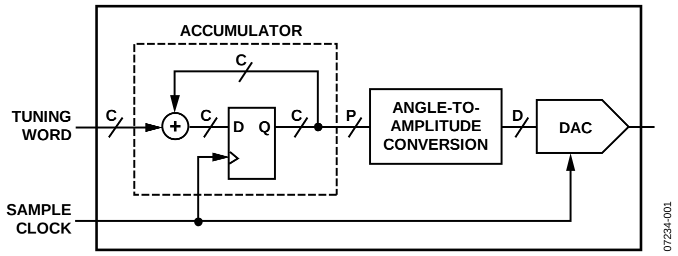

図 1.一般的なアキュムレータ採用の DDS アーキテクチャ

概要

プログラマブルなモジュラスの採用は、一般的なアキュムレータ採用のDDSアーキテクチャを変更したもので、DDSの使用を正確な理論周波数シンセシスを必要とするアプリケーション(たとえば任意レートのアプリケーション)にまで拡大します。AD9913は、アナログ・デバイセズが提供する最初のアキュムレータ採用DDS製品であり、プログラマブル・モジュラス・アーキテクチャを提供します。

一般的なアキュムレータ採用の DDS

一般的なアキュムレータ採用の DDS では、アキュムレータを使用してデジタル入力チューニング・ワードをサンプル・クロック・レートで繰り返し加算しています(*図 1* 参照)。この動作により、アキュムレータが最大値 2^C でロールオーバするまで直線的に増加するデジタル・ワードの時系列がアキュムレータから出力されます。ここでは、アキュムレータ出力は 2^C の固定モジュラスを持っています。

一般に、アキュムレータ出力は、アキュムレータの直後に接続される角度/振幅変換ブロックのサイズと複雑さ軽減するため P ビットに切り詰められます(上位ビットのみを使用)。このため、角度/振幅コンバータ入力ではアキュムレータで発生されるデジタル・ワードの時系列が $0 \sim 2^P - 1$ の範囲の値を持つ P ビット・ワードになります。

角度/振幅コンバータは、P ビット・ワードを単位円の一周に対応させます。すなわち、$0 \sim 2^P$ のバイナリ値を $0 \sim 2\pi$ のラジアン角に対応させます。この対応(マッピング)を使うと、角度/振幅コンバータは P ビット・ワードを D ビットの振幅値(A)に効率良く変換することができます。

変換プロセスでは次の三角関数を使います。

$$x = \sin(2\pi k/2^P)$$

ここで、
P はアキュムレータから出力されるビット数。
k は与えられた任意の時間でのこれらのビットのバイナリ値。

各 k に対する A の値は、$0 \sim 2^D - 1$ の範囲の整数値となるように、x の値をスケール処理、オフセット処理、まるめ処理した値です。

この角度/振幅変換機能をサイン変換とコサイン変換を同時処理するように容易に拡張することができます。このため、両変換機能を提供する DDS は広範囲に採用されています。

角度/振幅コンバータの後ろには D ビット DAC が続きます。この DAC は、角度/振幅コンバータから出力される D ビットのデジタル振幅値をアナログ・レベルに変換します。変換結果は DAC 出力で正弦波波形になり、その周波数はアキュムレータの平均ロールオーバ・レートにより決定されます。

次式は、一般的なアキュムレータ採用の DDS の DAC から出力される正弦波の周波数を表します。

$$f_O = \frac{M}{2^C} f_S \tag{1}$$

ここで、
f_O は合成された周波数。
f_S はサンプリング周波数。
$M/2^C$ は、非整数のスケール・ファクタ(M と C は正の整数)。

通常、M は 2^{C-1} より小さい値に制限されます。そうしないと、ナイキスト・イメージ周波数が合成されます。値 2^C はアキュムレータのモジュラスであり、C はビット数であらわしたアキュムレータ幅です。整数 M は、周波数チューニング・ワードと呼ばれることがあります。定義により M は整数であるため、f_O は周波数の次の集合に制限されます。

$$f_O \in \left\{0, \frac{f_S}{2^C}, \frac{2f_S}{2^C}, \frac{3f_S}{2^C}, \ldots, \frac{\left(2^{C-1}-1\right)f_S}{2^C}\right\} \tag{2}$$

したがって、DC からほぼ $½f_S$ までの周波数の集合は、等間隔($f_S/2^C$)で並びます。この間隔 $f_S/2^C$ は、DDS の周波数分解能と呼ばれます。f_O の周波数の集合を調べると、DDS アキュムレータのモジュラス(2^C)が DDS の周波数分解能と発生可能な出力周波数の数を決定していることが分かります。

アナログ・デバイセズ株式会社

本　　社／〒105-6891 東京都港区海岸 1-16-1 ニューピア竹芝サウスタワービル
電話 03（5402）8200
大阪営業所／〒532-0003 大阪府大阪市淀川区宮原 3-5-36 新大阪トラストタワー
電話 06（6350）6868

たとえば、32 ビットのアキュムレータを使う DDS の出力周波数の集合には、与えられたサンプル・レート(f_S)に対して 2,147,483,648 (= 2^{31})通りの出力可能な周波数が含まれます。

一般的なアキュムレータ採用の DDS はこのように出力可能な周波数の大きな集合を持っていますが、アキュムレータ・モジュラスが固定で、かつチューニング・ワード(M)が整数である必要があるため、幾つかの有用な周波数(たとえば正確な f_S/10 など)を発生することができません。式 1 を変形すると、出力周波数のサンプリング周波数に対する比を満たす必要があることが分かります。

$$\frac{f_O}{f_S} = \frac{M}{2^C} \tag{3}$$

ここで、サンプル・レート f_O の整数分の 1 である出力周波数(たとえば f_S/10)は、$f_O = f_S/Q$ (Q は整数)と表すことができます。式 3 の f_O に f_S/Q を代入すると、

$$\frac{1}{Q} = \frac{M}{2^C} \tag{4}$$

M について解くと、$M = 2^C/Q$ となります。M と Q は整数である必要があるため、式 4 を満たす Q の値は 2^K(K は整数)の形式で表される値だけになります。すなわち、$M = 2^C/2^K = 2^{C-K}$ (C と K は整数)となります。例を示すため、$f_O = f_S/8$、かつ C = 32 とすると、$Q = 8 = 2^3$ となり、$M = 2^{32-8} = 2^{24}$ = 536,870,912 (整数)となります。これに対して、$f_O = f_S/10$ の場合は、Q = 10 かつ $M = 2^{32}/10$ = 429,496,729.6 (非整数)となります。これは、一般的な DDS は精確に周波数 f_S/10 を発生できないことを意味します。一般的な DDS は f_S/10 に非常に近い出力周波数を合成できますが(周波数分解能に基づきます)、f_S/10 に精確に一致することはできません。大部分のケースでは非常に近い値を許容できますが、アプリケーションによっては(たとえばネットワーク・クロック)、正確な周波数比が必要になります。

式 4 の右辺の比はアキュムレータのモジュラス(2^C)により決定されることが分かります。この値はアキュムレータ・サイズにより決定される固定の値です。明らかに、アキュムレータの固定モジュラスが出力可能な出力周波数の集合を制限しています。ただし、アキュムレータのモジュラスを調整可能にすると、2^K の形式以外の Q の値も可能にすることができます。これが、プログラマブルなモジュラス DDS アーキテクチャの原理になります。

プログラマブルなモジュラスを使用する DDS

プログラマブルなモジュラスの採用は、一般的なアキュムレータ採用の DDS アーキテクチャを変更したものです(図 2 参照)。プログラマブルなモジュラス技術の基礎はアキュムレータのモジュラスを変更する機能ですが、実際にこれを実現するときは複雑になります。この複雑さは二重の複雑さになります。最初の複雑さは、角度/振幅コンバータが P ビットの全入力範囲(0～2^P)をラジアン角 0～2π に対応させることです。これは、角度/振幅コンバータが効率良く動作できるように 2 の累乗値を対応させることです。アキュムレータ・モジュラスを 2 の累乗値以外の値に任意に対応させると、角度/振幅コンバータから必要とされる対応条件を満たしません。

この困難を克服するため、プログラマブル・モジュラス・アーキテクチャでは 2 つ目のアキュムレータを使用して、1 つ目のアキュムレータが変更されたモジュラスを持っているように見せると同時に、角度/振幅コンバータから必要とされる 2 の累乗値のマッピングも維持させます。

2 つ目の複雑さは、スプリアス性能に関係するものです。アキュムレータのモジュラスの変更が正しく行われないと、ノイズ・スペクトルが発生します。プログラマブルなモジュラスを実現するときは、スプリアス性能に対して悪影響を与えないように細心の注意が必要です。

プログラマブルなモジュラス採用の DDS アーキテクチャでは、式 3 を次のように変形することができます。

$$\frac{f_O}{f_S} = \frac{M}{N} \tag{5}$$

ここで、M と N は整数で、かつ $1 \le M < N/2$ です。

プログラマブル・モジュラス DDS の周波数比(式 5)は、一般的なアキュムレータ採用の DDS のそれ に(式 3)よく似ていることに注意してください。唯一の違いは、プログラマブルなモジュラスの場合、N が 2 の累乗値である必要がないことで、任意の整数値を選択することができます。N に対する唯一の制約は、分数値 M/N を既約分数にしたとき、N が $0 < N < 2^{32}$ を満たすことです。この制約により、角度/振幅コンバータに必要な 2 の累乗値のスケーリング条件が間接的に保証されます。

AD9913のプログラマブル・モジュラス機能は、3 個の 32 ビット・レジスタにN、Y、Xの値を設定することにより実現されています。これらの値は、モジュラス・コントロール・ロジック入力に与えられます(*図 2* 参照)。N、X、Yの値の設定範囲は 0～2^{32} − 1 ですが、Mに対するNの下限があります。すなわち$N > 2M$です。

f_S、f_O、M、N、Y、X の間の関係は式 6 に示します。f_O と f_S の値により、分数 M/N を既約分数にしたときの M と N が決定されます。M、N、アキュムレータのモジュラス(2^C)の組み合わせにより、長い除算を使って X と Y が決定されます。

$$\frac{f_O}{f_S} = \frac{M}{N} \longrightarrow N\overline{\smash{\big)}2^C M}\quad \text{quotient } X,\quad -\underline{XN}$$

$$Y \longrightarrow Y = 2^C M - XN \tag{6}$$

ここで、
X は除算での商(整数)。
Y は余り(整数)。

興味深いことに、M がアキュムレータ出力シーケンスの周期を決定しています。すなわち、アキュムレータは M 回のオーバーフローを繰り返して出力の 1 シーケンスを完成させて、最初の開始点に戻ることが必要です。この出力シーケンスが無限に繰り返されます。Y = 0 の場合は意味がないので、プログラマブル・モジュラスは不要です。すなわち、f_O は標準の DDS を使って f_S から直接合成することができます。

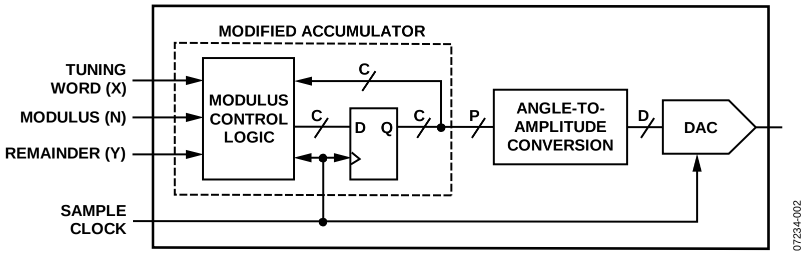

図 2.プログラマブル・モジュラスを採用した DDS アーキテクチャ

AN07234-0-1/08(0)-J

プログラマブルなモジュラスの例

f_S = 250 MHz で、必要とされる f_O の値が 25 MHz の場合について考えます。この場合、サンプル・レートの約数である出力周波数を合成します。すなわち、$f_O = f_S/10$ となります。周波数比 f_O/f_S から直接 M と N が得られ、これらの値は分数(25,000,000/ 250,000,000)を既約にすることにより求められます。すなわち、

M/N = 25,000,000/250,000,000 = 1/10

これより、M = 1 と N = 10 が得られます。次に M と N から、X と Y が X = 429,496,729 と Y = 6 と計算されます。

これらの値をAD9913に設定すると、250 MHzのサンプリング・クロックに対して精確に 25 MHzの出力周波数が発生されます。

標準の DDS は、f_S = 250 MHz に対して精確に 25 MHz を合成することができません。近似値は、25.000000023283064365386962890625 MHz です。ネットワーク・アプリケーションでは、小数部の誤差のない正確な 25 MHz が必要であるため、この近似値を許容できません。

注意事項

大部分の計算プログラム(たとえば、Excel®、Mathcad®、MATLAB®)では、XとYを計算する場合に誤差が発生します。これらの誤差は、内部のまるめ処理または切り捨て処理によって発生し、大きな値の乗算または除算を行うときに生じます。興味深いことに、Windows® XPオペレーティング・システムにデバイスとして添付されている電卓は、これらの計算に十分な精度を提供し、前述の誤差は発生しません(少なくとも、AD9913の設定に関する 32 ビット値の計算の場合)。実際、この計算精度問題が事前に知られていたため、AD9913評価ボード・ソフトウェアの開発者は、まるめ誤差または切り捨て誤差を小さくすることができました。

まるめ処理と切り捨て処理の影響を明らかにするため、f_O の希望する値を 25 MHz とし、f_S を 250 MHz の代わりに 249,999,999.5 MHz とするケースをもう一度考えてみます。この周波数比 f_O/f_S から、分数(25,000,000/249,999,999.5)を既約にすることにより、M と N が直接得られます。すなわち、

M/N = 25,000,000/249,999,999.5 = 50,000,000/499,999,999

これより、M = 50,000,000 と N = 499,999,999 が得られます。M と N から X = 429,496,730 と Y = 229,496,730 が得られます。

Excel を使うと、X に対しては同じ値が得られますが、Y は 229,496,736 と計算されます。最下位桁は正しい値の 0 ではなく 6 になることに注意してください。この誤差は極めて小さいですが(僅か 0.026 ppm)、出力周波数は精確に 25 MHz とはならずに 25.000000000000000698492 MHz となります。正確な f_O/f_S 比を必要とするアプリケーションでは、この誤差を許容することができません。

重要な点は、N、X、Y の計算に使用されるコンピューティング・エンジンが十分な計算精度を持つことにより、切り捨て誤差またはまるめ誤差が生じないようにすることです。