ANALOG DEVICES

AN-953
应用笔记

One Technology Way • P.O. Box 9106 • Norwood, MA 02062-9106, U.S.A. • Tel: 781.329.4700 • Fax: 781.461.3113 • www.analog.com

# 具有可编程模数的直接数字频率合成器(DDS)

作者：Ken Gentile

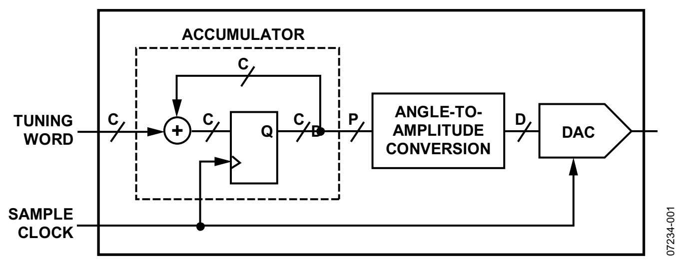


*图1. 基于累加器的典型DDS架构*

## 概述

可编程模数是基于累加器的典型DDS架构的修订版，它将DDS的使用扩展到要求精确有理数频率合成的应用(例如任意频率应用)。AD9913是ADI公司的第一款提供可编程模数架构、基于累加器的DDS产品。

## 基于累加器的典型DDS

基于累加器的典型DDS依赖于一个累加器以采样时钟速率递归求和数字输入调谐字(参见图1)。这会在累加器的输出端产生一个时间序列的数字字，该数字字线性增大，直到累加器达到其最大值$2^C$并翻转。因此，累加器输出具有一个固定模数$2^C$。

累加器输出通常会被截断至P位(仅使用MSB)，以便减小紧随其后的角度振幅转换模块的大小和复杂度。这样，在角度振幅转换器的输入端，累加器产生的时间序列数字字的范围为零到$2^P - 1$。

角度振幅转换器将P位字映射到单位圆上的一圈上，即将0至$2^P$范围内的二进制值线性映射为0至2π范围内的弧度角。这种映射方法使角度振幅转换器能非常有效地将P位字转换为D位振幅值(A)。

转换过程可以表示为以下三角函数关系：

$$x = \sin(2\pi k/2^P)$$

其中：

*P*为从累加器获得的位数。

*k*为任意给定时刻的二进制值。

每个k值对应的A值计算方法为：对x值进行缩放、偏移和舍入处理，使得A成为零至$2^D - 1$范围内的整数值。

很容易将角度振幅转换功能扩展为同时执行正弦和余弦转换，因此，同时提供这两种转换方案的DDS很常见。

紧跟角度振幅转换器之后的是一款D位DAC，它将角度至振幅转换器产生的D位数字振幅值转换为模拟信号。结果为DAC输出端上的一个正弦波形，其频率由累加器的平均翻转率决定。

针对基于累加器的典型DDS，以下方程式表达了DAC输出端上出现的正弦波的频率：

$$f_O = \frac{M}{2^C} f_S \tag{1}$$

其中：

$f_O$为合成频率。

$f_S$为采样频率。

$M/2^C$为小数比例因子(*M*和*C*为正整数)。

一般而言，M始终小于$2^{C-1}$，否则便会合成一个奈奎斯特镜像频率。$2^C$为累加器的模数，其中C为累加器的位宽度。整数M一般称为频率调谐字。M为整数，因此$f_O$始终在以下频率集之内：

$$f_O \in \left\{0, \frac{s}{2^C}, \frac{2f_S}{2^C}, \frac{3f_S}{2^C}, \ldots, \frac{\left(2^{C-1}-1\right)f_S}{2^C}\right\} \tag{2}$$

因此，从DC至近½$f_S$的该频率集具有相等间隔$f_S/2^C$。这一间隔$f_S/2^C$称为DDS的频率分辨率。检查$f_O$频率集可以发现，DDS累加器的模数($2^C$)同时决定了DDS的频率分辨率和可能的输出频率数。例如，对于给定采样速率($f_S$)，采用32位累加器的DDS的输出频率集具有2,147,483,648（即$2^{31}$）个可能的输出频率。

即使拥有如此大的可用频率集，基于累加器的典型DDS仍不能产生一些有用的频率(像精确的$f_S/10$)，因为累加器模数为固定值，而且调谐字(M)必须为整数。方程式1显示，输出频率对采样频率的比值必须满足以下关系：

$$\frac{f_O}{f_S} = \frac{M}{2^C} \tag{3}$$

针对等于采样速率某一整数约数的输出频率(例如$f_S/10$)，$f_O$可以表示为$f_O = f_S/Q$(Q为整数)。用$f_S/Q$代替方程式3中的$f_O$可以得到：

$$\frac{1}{Q} = \frac{M}{2^C} \tag{4}$$

求解M得到$M = 2^C/Q$。因为M和Q均必须为整数，所以唯一满足方程式4的Q值为可以表示为$2^K$形式的值，其中K为整数。也就是说，$M = 2^C/2^K = 2^{C-K}$(C和K均为整数)。举例而言，令$f_O = f_S/8$，并假设C为32，则$Q = 8 = 2^3$，$M = 2^{32-8} = 2^{24} = 536{,}870{,}912$(整数)。另一方面，如果$f_O = f_S/10$，则Q为10，$M = 2^{32}/10 = 429{,}496{,}729.6$(非整数)，这意味着典型DDS不能产生精确频率$f_S/10$。典型DDS可以合成一个极其接近$f_S/10$的输出频率(基于频率分辨率)，但不是精确的$f_S/10$频率。大多数情况下，极其接近是可以接受的，但在某些情况下(例如网络时钟)，必须获得精确的频率。

观察方程式4可以发现，右侧的比值由累加器的模数($2^C$)确定，而模数为由累加器大小决定的固定量。很显然，累加器的固定模数限制了可用输出频率集。但是，如果累加器模数可调，则Q值将不限于是$2^K$形式的值，这就是可编程模数DDS架构的基本原理。

**可编程模数DDS**

可编程模数是由基于累加器的典型DDS架构变化而来(参见图2)。虽然可编程模数技术的功能是改变累加器模数，但实际操作起来却比较复杂。复杂性涉及两方面。第一方面是角度振幅转换器将整个P位输入范围(0至$2^P$)映射为0至2π的弧度范围。角度振幅转换器之所以能高效工作，正是得益于这种基数为2的映射方法。将累加器模数任意变更为2的幂以外的其它值必然会违反角度振幅转换器要求的映射方法。为克服这一困难，可编程模数架构利用辅助累加器使主累加器看起来改变了模数，但仍然保持角度振幅转换器要求的以2为基数的幂的映射。

第二方面是杂散性能。如果做法不当，修改累加器模数会引入频谱伪像。可编程模数实施要求精心设计，最大程度地降低对杂散性能的任何负面影响。

可编程模数DDS架构使方程式3变形为下式：

$$\frac{f_O}{f_S} = \frac{M}{N} \tag{5}$$

其中$M$和$N$为整数，并且$1 \le M < N/2$。

请注意，可编程模数DDS的频率比(方程式5)与基于累加器的典型DDS的频率比(方程式3)非常相似。唯一的区别在于，可编程模数不要求N为2的指数。它可以是任选的整数。对N的唯一限制是，当分数M/N约至最小项时，N必须满足$0 < N < 2^{32}$。这一限制间接保证了角度至振幅转换器要求的2的幂比例。

AD9913的可编程模数功能是对三个32位寄存器编程N、Y和X的值来实现的，这些值是图2中模数控制逻辑的输入。N、X和Y的数值编程范围为0至$2^{32} - 1$(含本数)，但N的下限受M限制，即$N > 2M$。

$f_S$、$f_O$、M、N、Y和X之间的关系总结于方程式6。$f_O$和$f_S$的值确定了M与N的关系，即等于约至最小项的分数M/N。M、N和累加器的模数($2^C$)通过长除法确定了X与Y的关系。

$$\frac{f_O}{f_S} = \frac{M}{N} \longrightarrow N\overline{\smash{)}2^C M} \text{ 商 } X,\quad -\underline{XN}$$

$$Y \longrightarrow Y = 2^C M - XN \tag{6}$$

其中：

$X$为除法的整数商。

$Y$为整数余数。

有趣的是，M确定了累加器输出序列的周期性，即累加器必须遍历M值才能完成一个输出序列并返回起始点。这一输出序列无穷无尽地重复。值得注意的是，如果Y为0，则可编程模数是多余的，即$f_O$可以利用标准DDS直接从$f_S$合成。

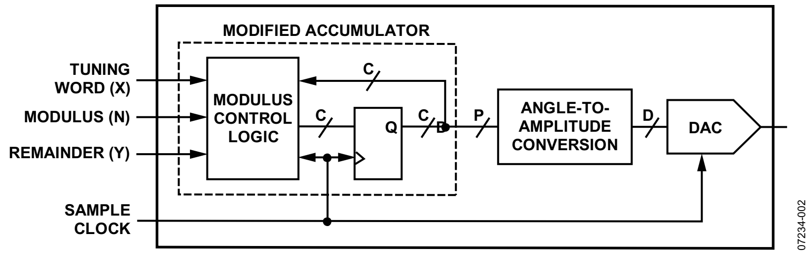


*图2. 可编程模数DDS架构*

## 可编程模数示例

考虑这种情况：$f_S$ = 250 MHz，所需$f_O$值为25 MHz。这种情况要求合成的输出频率为采样速率的整数约数，即$f_O = f_S/10$。$f_O/f_S$的频率比(25,000,000/250,000,000)约至最小项便可得到M与N，即：

M/N = 25,000,000/250,000,000 = 1/10

因此，M = 1，N = 10。由M和N的值又可算得X和Y的值：X = 429,496,729，Y = 6。

将这些值编程至AD9913中便可在给定的250 MHz采样时钟时产生精确的25 MHz输出频率。

标准DDS无法在$f_S$ = 250 MHz时合成精确的25 MHz输出频率，它可以合成的最接近频率为25.000000023283064365386962890625 MHz。在网络应用中，这一近似值是不可接受的，因为要求的频率是绝对无小数误差的25 MHz。

## 考虑因素

必须说明的是，大多数计算程序(如Excel®、Mathcad®和MATLAB®等)在计算X和Y时都会引入数值误差，这些误差源于内部舍入或截断处理，在进行大数乘法和除法时便会表现出来。有趣的是，Windows® XP操作系统的的计算器程序则可以提供足够高的数值精度来执行这些计算，而不会产生上述误差(至少对于AD9913编程相关的32位数是如此)。事实上，AD9913评估板软件开发人员借鉴了关于数值精度问题的相关知识，已经减小了舍入或截断误差。

为了说明舍入和截断处理的影响，再次考虑这种情况：所需$f_O$值为25 MHz，但$f_S$为249,999,999.5 MHz(而不是250 MHz)。$f_O/f_S$的频率比(25,000,000/249,999,999.5)约至最小项便可得到M与N，即：

M/N = 25,000,000/249,999,999.5 = 50,000,000/499,999,999

因此，M = 50,000,000，N = 499,999,999；由M和N的值可以算得：X = 429,496,730，Y = 229,496,730。

如果使用Excel计算，X值与上述值相同，但Y值则为229,496,736。注意最低有效位为6，而不是0(正确值)。虽然该误差极其小(仅0.026 ppm)，但它仍然会导致输出频率不是精确的25 MHz，而是25.00000000000000698492 MHz。要求精确$f_O/f_S$比值的应用将不能接受这一误差。

关键在于，用于计算N、X和Y的计算引擎必须具有足够高的数值精度，避免带来截断或舍入误差。

# 注释