

## II: 非線形デバイスの応用

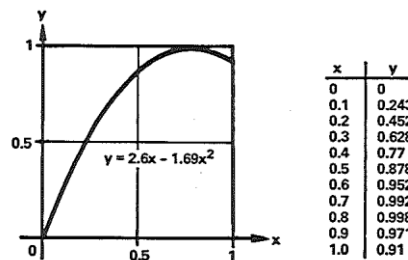
### 2-1 関数フィッティング

一般に、関数フィッティングとは、数学的または実験的關係（出力である従属変数と、入力である1つまたは複数の独立変数の間の關係）を、表、数式、または曲線などの媒体から、別の媒体（通常は、物理的に実現可能なデバイスや、1つの出力と1つまたは複数の入力を持つシステム）に変換することです。関数は、「正確な」關係と近似のどちらでもフィットさせることができます。

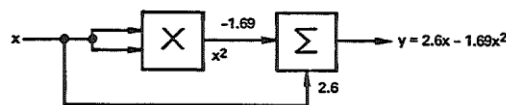
関数フィッティングには、2つの基本的なステップがあります（図1）。最初のステップは、理想的なビルディング・ブロックに非常に近い近似を行うこと、つまり概念モデルを確立することです。2つめは、レンジ、スケール・ファクタ、精度、ドリフト、応答時間、複雑さ、コストなど、許容可能な一連の制約がある中で、実際のデバイスをうまく使って関数を具体化することです。

この章では、ダイナミック・レンジの範囲内にある複数の電圧間で、「瞬間的な動きを含むDC」の關係を再現する回路によって実現できる関数について考えます。この章の大部分では、一価関数、つまり方法に関わらず、いろいろな入力値がそれぞれ1つの出力値を生成する関数について検討しています（ただし、スイッチングやヒステリシスを通じて一価関数が多価関数になることがあります）。線形変換関数やフィルタ特性などのダイナミック応答關係のフィッティングについては、すでに回路理論家やフィルタ設計者がその分野を熱心に研究しており、数多くの書籍が出版されているので、周波数領域か時間領域かに関わらず、ここでは大幅に省略しています。

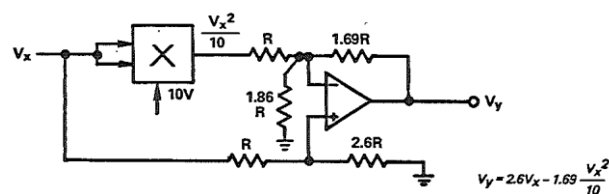
また、アナログ技術によってフィッティングを行う関数には、十分な統計データがあることを前提としています。つまり、関係の特徴づけるデータ・ポイントがまばらな状況のものについては考慮していません。必要な統計的平滑化はあらかじめ行っておきます。しかし、かなりの確率的揺らぎを伴う演算回路をシミュレートする場合は、ランダム・ノイズを増幅して使用することができます。



a. 曲線、表、および数式



b. ブロック図



c. 10V フルスケールの回路、 $V_y = 10y$ 、 $V_x = 10x$

図 1: アナログ関数フィッティング

ここでは、関数フィッティングについての解説を網羅しませんが、アナログ関数フィッティングの手法の概要（さまざまな秘訣と考察を進めるためのガイド）とアプリケーションを成功に導くための指針を、いくつかの例を交えて示します。

## なぜアナログ関数フィッティングなのか

前章では、直線的な結果が期待される現象の計測でも、その多くが非直線的であることを示しました。例えば、熱電対は、温度差計測の手段としては精度が落ちますが、安価で手軽です。このデバイスは、異なる温度用の測温接点を 2 つ持ち、3 部分から成るワイヤだけで構成できます。

しかし、その出力電圧は、使用する材料と対象温度範囲によっては、温度の線形関数から大きく外れてしまいます。他の例としては、ホイートストン・ブリッジや、オシロスコープのスポットの偏位などがあります。ホイートストン・ブリッジは抵抗値の誤差を計測する簡単な方法ですが、誤差が大きいと動作が非直線的になります。また、オシロスコープのスポットの偏位は、電子銃、CRT（陰極線管）の表面形状、および X 軸と Y 軸に加わる電圧に応じて非線形関数になります。

これらの計測は、非線形変換関数を補償するか、その逆関数を得るために非線形性を利用して線形化する（つまり、望ましい指示値を直線的に表すような出力値を得る）ことができます。このようなアプリケーションへの関数フィッティング手法の使用については、2-3 項と 2-5 項で述べます。

アナログ関数フィッティングのその他のアプリケーションには、補正、アナログ・コンピュータやアナログ・コンピュータ・ベース計測器の非線形関係のシミュレーション、間接計測値を低コストで有用な形式に変換する手法、任意形態の時間関数生成などが含まれます。

非線形関数フィッティングは、読出し専用メモリ（ROM）を使って（多くの場合は A/D および D/A コンバータと組み合わせて使用）、あるいはハードウェアとソフトウェアを組み合わせて、デジタル的に行うこともできます。この方法は柔軟性に欠ける上に複雑ですが、低価格化が進んだことや広範なデジタル・ハードウェアが使用できるようになったことに加え、アルゴリズムのライブラリが増え続けていることによって、魅力を増しているように思われます。しかし、アナログ IC やモジュール（オペアンプと関数演算器の両方）の価格も劇的に低下しました。アナログ・アプローチは、単純な関係であれば依然として「お勧めの方法」であり、ますます複雑さを増す関係においても、精度が向上し、回路がより複雑化した割には低コストであることにより、その競争力を増しています。

## 有理関数

最もフィッティングが容易な関数は、二乗、平方根、乗算、加算、対数、任意指数やべき乗根などの基本的演算を含む式によって、「正確に」表わすことのできる関数です。もちろん、前章に述べた基本的な演算は、それらの回路が実行する演算と同じ関数関係をフィットさせるために使用できます。

これらの関数は、以下に示すように、1 つまたは複数の変数から成る広範な関数をフィットするために組み合わせることができます。

$$u = 1 + 0.3w^2 \quad (1)$$

$$u = v(r - w) \quad (2)$$

$$u = v^m + w^n \quad (3)$$

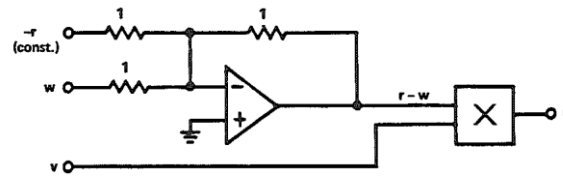
$$u = \frac{v \cdot w}{1 + w^k} \quad (4)$$

$$u = (v + m)(w + n)^r \quad (5)$$

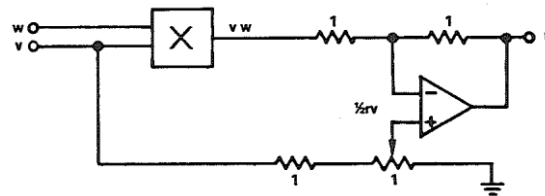
$$u = \frac{v}{1 + \frac{v}{2}} \quad (6)$$

ここで、通常、 $u$ 、 $v$ 、および  $w$  は変数、その他の項は固定または可変の定数です。多くの場合、加算はオペアンプを使って行われます。

場合によっては、複数の方法で関数を具体化するために、方程式を書き直すことができます。例えば、式 (2) は  $u = v \cdot r - v \cdot w$  と記述することもできます (図 2)。r が定数の場合は、どちらの式も 1 つの乗算器と 1 つの減算器で実現できます。一般的には、誤差とコスト間のバランスが最も良い方程式が選ばれる傾向にあります。この例で、 $w$  の大きさが  $r$  と比べて常に小さい場合は、おそらく図 2b の構成の方が適しています。これは、より重要な項を線形回路素子で扱うことができ、 $v \cdot w$  項の誤差が小さいからです。これに対し、 $w$  が  $r$  と同程度の大きさになり得る場合は、非線形演算を行う前にこれら 2 つの大きな数値の差を取った方が良いと考えられるので、図 2a の構成を取るようになります。ここで一般的に当てはまるのは、正確な線形演算は同等精度の非線形演算より安価だということです。



a.  $u = v (r - w)$ 、 $r =$  定数で、  
 $v_r$  と  $v_w$  の大きさが同程度の場合に適しています。



b.  $u = v_r - v_w$ 、 $r =$  定数、 $v_r \gg v_w$  で、  
基本的に線形の関数を小さい偏差で  
フィットさせるときに適しています。

図 2: 方程式の記述方法が、回路構成と性能の両方に影響を与える

より複雑な関数の場合は、考え得るすべての選択肢について、分析的または実験的（手持ちの部品がたまたま「ワーストケース」のものだった場合）な方法によって、常にその範囲と誤差を解析する必要があります。

## スケール・ファクタ

回路の最適化が済み、その回路を安価で実装できそうな一連のデバイスを選択したら、次に直面するのはスケールリングに関する問題、つまり、定数（ゲインとバイアス）とすべての電圧範囲など、電気回路とその回路にフィットさせる関数との間の正確な関係を決定する問題です。

アナログ回路内のアクセス可能なすべての電圧や電流は、元となる関数演算の変数に相当します。電圧や電流が高い精度を必要とする重要項である場合、その範囲は、それらを受け入れるデバイスのフルスケール・レンジに近い値にする必要がありますが、同時に、入力または出力をどのように組み合わせてもフルスケール・レンジを超えないようにすることも必要です（境界関数の場合を除く）。通常、入力と出力の動作レンジは、システム全体の他の要素によってあらかじめ決まっていますが、中間位置での動作レンジは多少柔軟で、最適なダイナミック・レンジが得られるように調整できます。

動作レンジは構成によって決まるので、スケール・ファクタ（つまり電氣的な係数と「ゲイン」）は構成の決定後に選びます。しかし、適切なスケール・ファクタを使用できるかどうかは構成選択の一要素である点に注意する必要があります。

通常、経験豊富な機器設計者は、実装する方程式からスケール・ファクタを直接求めることができますが、これは直感に頼る部分もあれば常識に基づく部分もあり、さらには、よく知られてはいても言葉で表現されていないのルールに基づく部分もあるでしょう。経験の浅い設計者ならば、以下の原則に従うことが適切な値を得る助けとなります。

1. 元となる方程式は次元的に正しくなければなりません。
2. まだ無次元形式になっていない場合は、その範囲の倍数（通常は 100 %）で各変数に乗算と除算を行うことによって、正規化できます。この例を、以下のような条件で考えてみます。

$$y = Ax \sin \theta + K \quad (\text{図 3a}) \quad (7)$$

$$Y_m \frac{y}{Y_m} = A X_m \frac{x}{X_m} \sin \theta + K \quad (8)$$

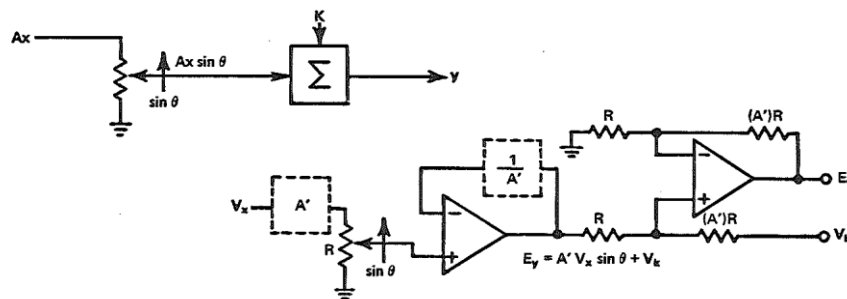


図 3a: 線形スケーリング例のブロック図と回路図

ここで、 $Y_m$  と  $X_m$  は  $x$  と  $y$  のフルレンジ値です。そのレンジに対する比を無次元変数として定義し、方程式の両辺を  $Y_m$  で割ると、方程式は、無次元変数  $y'$  と  $x'$  に関して次のようになります。

$$y' = A \frac{X_m}{Y_m} x' \sin \theta + \frac{K}{Y_m} \quad (9)$$

3. さまざまな電圧に関連付けるために（未知の）係数  $A'$  と  $K'$  を使い、既知のスケール・ファクタ（乗算器や対数デバイスに固有の値）を含めて、同様の回路（図 3a）の方程式を記述します。

$$E_y = A' V_x \sin \theta + K' V_{Km} \quad (10)$$

4. 未知の定数を決定するために、予想される最大電圧値を使って乗算と除算を行い、方程式を正規化します。

$$\begin{aligned} E_{ym} \frac{E_y}{E_{ym}} &= A' V_{xm} \frac{V_x}{V_{xm}} \sin \theta + K' V_{Km} \\ \frac{E_y}{E_{ym}} &= A' \frac{V_{xm}}{E_{ym}} \frac{V_x}{V_{xm}} \sin \theta + K' \frac{V_{Km}}{E_{ym}} \end{aligned} \quad (11)$$

したがって、正規化された方程式 9 と 11 は同じでなければなりません。

$$A' \frac{V_{xm}}{E_{ym}} = A \frac{X_m}{Y_m}, \text{ したがって } A' = A \frac{X_m}{Y_m} \frac{V_{xm}}{E_{ym}}$$

および

$$K' \frac{V_{Km}}{E_{ym}} = \frac{K}{Y_m}, \text{ したがって } K' = \frac{K}{Y_m} \frac{E_{ym}}{V_{Km}}$$

5. ここで、システムの式（10）に定数を代入します。

通常は  $V_{xm} = E_{ym} = V_{Km} = 10 \text{ V}$  なので、このプロセスは決して見た目ほど複雑なものではありません。式は次のように単純化できます。

$$A' = A \frac{X_m}{Y_m}, \text{ および } K' = \frac{K}{Y_m}$$

この例に示すように、スケーリングは、これまでのところ基本的に線形回路に適用されてきました。これは、 $\sin\theta$  が無次元のゲインであるようなケースに相当します（ポテンショメータの設定など）。正弦関数が正弦関数回路（図 3b）の出力電圧で、 $V_x$  を掛けなければならない場合は、プロセスが多少異なります。

$$V_s = V_{sm} \sin \frac{\theta_m}{V_{\theta m}} V_{\theta} \quad (12)$$

方程式は次のようになります。

$$E_y = A' \frac{V_x}{V_r} V_{sm} \sin \frac{\theta_m}{V_{\theta m}} V_{\theta} + K' V_{Km} \quad (13)$$

ここで、 $V_r$  は乗算器のスケール定数です。方程式は次のように正規化されます。

$$\frac{E_y}{E_{ym}} = A' \frac{V_{xm}}{E_{ym}} \frac{V_x}{V_{xm}} \frac{V_{sm}}{V_r} \sin \frac{\theta_m}{V_{\theta m}} V_{\theta} + K' \frac{V_{Km}}{E_{ym}} \quad (14)$$

この場合も、式 9 と 14 は同じです。

$$A' \frac{V_{xm}}{E_{ym}} \frac{V_{sm}}{V_r} = A \frac{X_m}{Y_m}, \text{ および } A' = A \frac{X_m}{Y_m} \frac{E_{ym}}{V_{xm}} \frac{V_r}{V_{sm}}$$

$V_{xm} = E_{ym} = V_r = V_{sm} = 10 \text{ V}$  とすると、

$$A' = A \frac{X_m}{Y_m} \text{ および } K' = \frac{K}{Y_m}$$



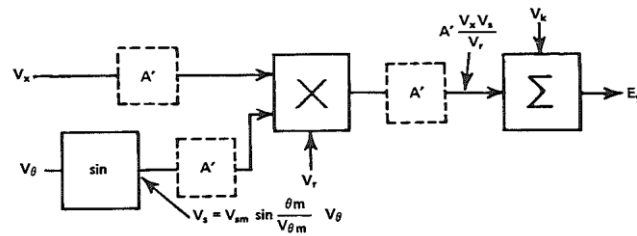


図 3b: 非線形バージョンの電氣的ブロック図と、  
考えられるスケール・ファクタの位置

スケール・ファクタ  $A'$  が乗算と関連付けられている場合で、入力と出力の両方についてダイナミック・レンジを最適化する場合がある場合、 $A'$  は 3 つの端子のいずれにも適用できる点、あるいはその 2 つ以上に分散できる点に注意することが重要です。例えば、 $V_{sm} = 5 \text{ V}$  で  $V_r = V_{xm} = E_{ym} = 10 \text{ V}$  の場合、 $A'$  は 2 倍になります。最も考えられるのは、乗算器の入力レンジをフルに使用することが望まれる場合に、正弦関数回路出力と乗算器入力の上にスケール・ファクタ 2 を適用することです。

スケール・ファクタの計算後は、入力信号と出力信号のさまざまな極値を検討して計算値をチェックし、その結果に応じて変更を加える必要があります。ここに示した方法は有効ですが、仮定に過ぎません。仮定が不適切であれば、ダイナミック・レンジも不適切なものとなります。

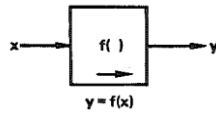
5. 「最大」値  $E_{ym}$  を  $E_y$  に割り当てても、正規化電圧の設定が完全に整合性のあるものでない限り、それだけで  $V_y$  がフルスケールを超えないことが保証されるわけではないことに注意してください。実践を重ねれば、ほぼ直感的に正しいスケール・ファクタを決定できるようになり、上記に挙げた手順の多くを細部までたどる必要はないと感じるようになるでしょう。ちなみに、時間依存デバイスもこの方法でスケールリングできます。式に時間が含まれている場合、その時間には公称の「単位時間」による乗算と除算が行われます。この単位時間は通常 1 秒ですが、高速アナログ計算を行うデバイスやシステムでは、最も遅い積分の特性時間が使われることも少なくありません。  
( $T \frac{1}{T} = T \psi$ )

2-3 項には、熱電対補償回路の開発とスケールリングの方法が示されています。

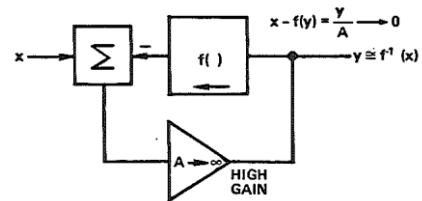
## 逆関数

$u = f(v)$  とすると、逆関数  $v = f^{-1}(u)$  は、高ゲインの負の帰還回路 (図 4 および 5a) で  $f(v)$  を使用することによって概念的に得られます。これはすでに、以下の用途で広く利用されています。

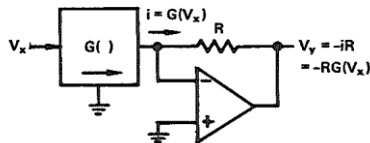
(a) 対数演算の生成。オペアンプの帰還パスにあるダイオードの指数的な I-V 関係は入力電流に適用され、対数出力電圧を生成します（図 4c と 4d を参照）。



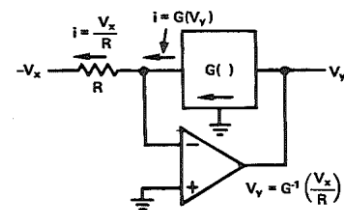
a. 関数、ブロック内の矢印は因果性を示します



b. 逆関数



c. 直接演算、トランスコンダクタンス、およびオペアンプ



d. オペアンプを使用する逆関数

図 4: 直接関数演算と逆関数演算

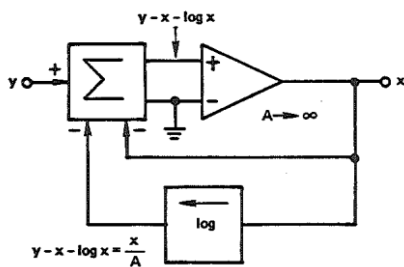
(b) 除算のための乗算器使用。1 つの入力と出力の積がもう 1 つの入力と等しくなるように算出されるので、出力はその比に比例します。

(c) 平方根算出のために二乗演算器を接続した乗算器の使用。出力とその出力自体の積（つまり二乗）が入力に等しくなるように算出されるので、出力は入力平方根になります（図 6a）。

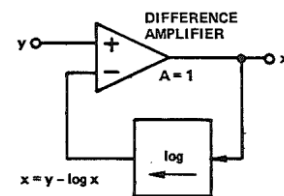
これらの方式を関数演算の組み合わせに適用することで、逆関数形式の方が容易に得られる演算回路を生成することができます。例えば  $y = x + \log x$  の  $x$  を求めたい場合、この超越方程式に対する閉形式の解はありません。 $x$  を得るための構成の 1 つが、図 5a に示すような  $x + \log x$  に対する高ゲインの帰還ループです。

この手法を使用するには、明確な制約がいくつかあります。

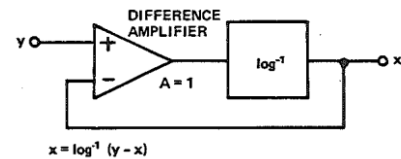
1. 対象範囲に対する最終的な増分帰還は、負でなければなりません。
2. 振動または「ラッチアップ」による不安定性は除去する必要があります。安定化と入出力範囲制限のための回路が必要になることがあり、動作レンジ、帯域幅、または精度が制限される可能性があります。また、あらゆる条件でループ・ゲインと位相シフトを確認する必要があります。ノイズの影響を受けやすい周波数帯や振幅帯を検出するために、調整可能な値でオフセットされたランダム・ノイズを、入力として使用することができます。
3. 一般に関数の値は 1 つで、対象となる範囲内では単調です。例えば、 $\sin^{-1}(x)$  は  $\pm 90^\circ$  の範囲に制限する必要があります。



a.  $y = x + \log x$  の逆解法



b.  $y = x + \log x$  の陰解法



c.  $y = x + \log x$  のもう 1 つの陰解法

図 5: 逆解法と陰解法。この場合は  
(b) と同じように (a) を実装できますが、  
(b) の方が概念的に単純であることに注意してください。

## 陰解法 ( $x = f\{x, y, \dots\}$ )

1 つの式に 2 回使用できる変数（非冗長加算、因数分解、その他の特殊な方法による）を解く強力な帰還手法が、解こうとしている変数自体を陰的に使用することです。この場合、帰還の制約を強制するために、高いゲインを必ずしも使用する必要はありません。 $y = x + \log x$  の  $x$  を求めるための逆関数に代わるものとして、図 5b に陰的解法を示します。ここでは、この代数アナログ・コンピューティングの他の使用例をいくつか紹介します。

1. 平方根演算（図 6b）。除算器はすべて平方根演算器として使用できます。帰還のないタイプが、最も好結果をもたらす傾向にあります。y を得るために入力 x を出力 y で割る場合、

$$y = \frac{x}{y}, \text{ または } y^2 = x \quad (15)$$

および

$$y = \sqrt{x} \quad (16)$$

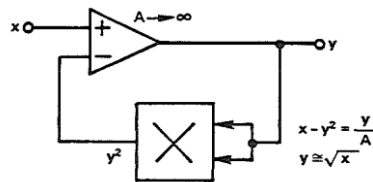


図 6a: 逆関数としての平方根  
(二乗演算器を高ゲインの帰還ループで使用)

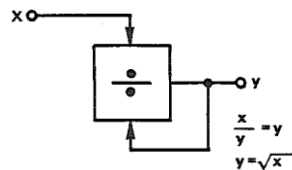


図 6b: 陰関数としての平方根。除算器が、高ゲインの帰還を伴う乗算器を使用している場合、その構成は 6a と同様のものになります。  
しかし、除算専用設計されたデバイスは、はるかに広いダイナミック・レンジにわたってその誤差が低く抑えられます

2. 二乗平均平方根（17 ページ参照）。乗除算器 ( $uv/w$ ) を使用し、その後に平均化フィルタを接続して平均を計算することができます。

$$y = \text{ave.} (x^2/y) \quad (17)$$

定常波形の場合は、十分に長い時定数のフィルタを使用すると y が一定となります。これは次式で表されます。

$$y = \sqrt{\text{ave.}(x^2)} \quad (18)$$

3. ベクトルの和と差 (21 ページ参照)。 $w = \sqrt{u^2 + v^2}$  の場合、 $w$  は、乗除算器を使用して以下のように求めることができます。

$$w^2 - u^2 = v^2 = (w + u)(w - u) \quad (19)$$

( $w + u$ ) で割ります。

$$\frac{v^2}{w + u} = w - u \quad (20)$$

および

$$w = u + \frac{v^2}{w + u} \quad (21)$$

項を追加すれば、追加的な変数を単純に含めることができます。例えば、 $w = \sqrt{u^2 + v^2 + x^2 + y^2}$  を計算するには次のようにします。

$$w = u + \frac{v^2}{w + u} + \frac{x^2}{w + u} + \frac{y^2}{w + u} \quad (22)$$

$w$  と  $u$  が与えられれば、ベクトル差  $v = \sqrt{w^2 - u^2}$  は式 19 を  $v$  で割ることによって計算できます。そのため、次式のようになります (図 7a)。

$$v = \frac{(w + u)(w - u)}{v} \quad (23)$$

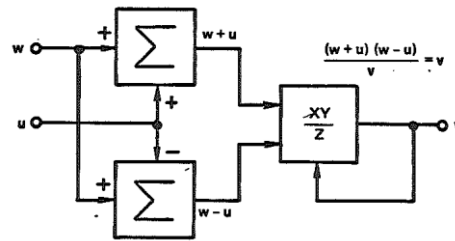
4. ブリッジの線形化。1 辺の変数を以下の形態としたホイートストン・ブリッジ構成の出力です。

$$y = \frac{x}{1 + x} \quad (24)$$

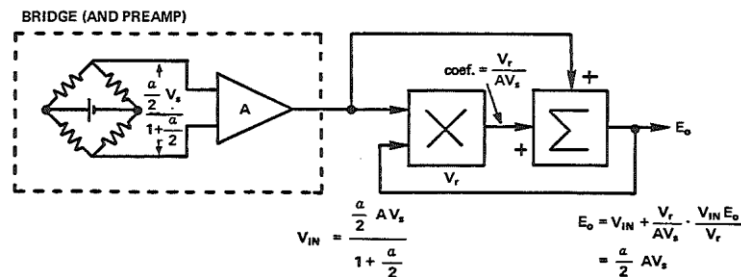
この応答は、偏差  $x$  の値が小さい場合のみ線形となります。これは、 $x$  を陰的解法で解くことによって線形化できます (図 7b)。

$$x = y + x \cdot y \quad (25)$$

通常は偏差が小さいので、信号がフルスケール近くの性能で使用するようスケールリングされていて、第 2 項（つまり補正項）のドリフトが小さい場合は、ごく一般的な仕様の乗算器を使うことができます。



a. ベクトル差  $v = \sqrt{w^2 - u^2}$



b. ホイートストン・ブリッジ出力の線形化

図 7: 陰的帰還のアプリケーション

必要に応じて陰的解法を使用する理由は、主に 3 つあります。

- ブロック図を簡略化するため。ベクトル和の場合は、二乗演算器 2 個、平方根演算器 1 個、加算アンプ 1 個を、 $u \cdot v/w$  乗算器 1 個とオペアンプ 2 個で置き換えることができます。
- ダイナミック・レンジの拡大を避けるため。100 : 1 のダイナミック・レンジを持つ信号を二乗すると、得られる信号のダイナミック・レンジは 10,000 : 1 になります。ノイズ、ドリフト、帯域幅減少により、全体の精度が低下するおそれがあります。一方で、 $u \cdot v/w$  演算は最終的に 1 次のままです。
- わずかな追加部品でフィッティングを改善するため。

図 14 とこの章の付録は、帰還項を追加した修正方程式を用いることで、 $\sin x$  のフィッティングに大きな改善が見られることを示しています。

陰関数は、逆関数同様、一価でなければなりませんが、逆関数と違って常に単調である必要はありません。例えば、帰還を使用すれば、 $-\pi \sim +\pi$  の範囲で  $\sin x$  の近似精度を大幅に向上させることができます。

### 任意関数のフィッティング

このセクションでは、その目的上、「任意関数」を、陽的にも陰的にも、概念的な閉形式の方程式によって「正確に」フィットできないすべての関数を含むものと定義します。言い換えると、ほとんどの場合は理論的残差が存在し、フィッティング全体の精度を決定するには、この誤差とデバイス誤差を合わせて考慮する必要があります。

実験的に決定された回路や、補正・カーブを必要とするシステムの非線形性のような明らかな任意関数の他に、前述の定義による「任意関数」には、 $\sin\theta$ 、 $\tan^{-1} x$ 、および無限級数によって特性評価可能な多数の関数など、解析関数であっても有理関数ではない関数が含まれます。

一般に、ある程度単純なアナログ回路でフィッティングできるようにするには、関数による操作に制限範囲があること（つまり関係するすべての変数の有限範囲内で定義されている）、入力に対して求められる値が 1 つであること、特異点がないこと（ダイオードのブレイクポイント、スイッチング、またはコンパレータの「跳躍」関数などで無理なくフィットできるものを除く）という条件を満たさなければなりません。アナログ回路の要素として実用的であるためには、この他にも、回路の複雑さ（結果的にはコスト）が、デジタル関数生成（ROM のみ、または ROM にデジタル処理 - 少なくとも 1 ステップの変換 - を加えたもの）に対抗し得るものでなければならぬ、という制約があります。

各種の関係は、対数、指数、またはべき乗則の素子を使ってスムーズにフィットさせることができます。あるいは、ダイオード・ブレイクポイントによって生成される一連の直線部分を使い、ある程度直接的にフィットさせることができます（図 8）。前者の方法には、より高度な数学と誤差解析が必要ですが、出力は微分可能で、誤差関数は十分にスムーズです。

後者の方法は、1 変数関数の迅速かつ実験的な関数のフィッティングに適していますが、誤差が一連の突点で構成され、微分を行う場合や帰還ループ内で関数を使用する場合は扱いにくくなるおそれがあります。また、2 変数以上の任意関数（この関数はいずれにせよフィッティングが困難）の場合は、「区分的平面領域」の要素が非常に多いために、構造的な限界に至ってしまいます。各ファセット要素の影響により、可視化時に面倒な問題も生じます。一方で、線形の場合も非線形の組み合わせの場合も、平滑関数が補間に関する問題を引き起こすことはありません。必ずしも正確なフィッティングとは言えませんが、どの点もすぐに計算可能です。

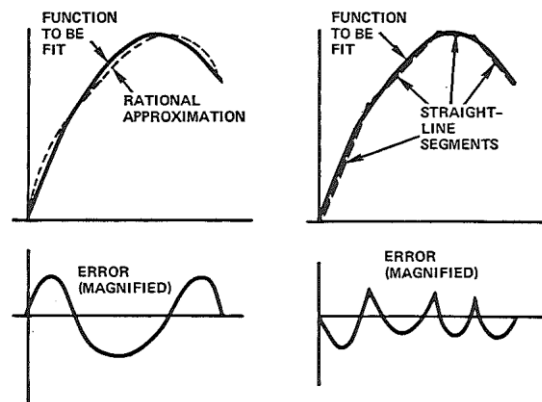


図 8: 平滑フィットと区間線形フィット

## 平滑近似

これらの近似手法は区間線形近似より多くの数学的計算を必要としますが、この操作は、HP-35 ポケット電卓のような電子計算機があれば、それほど難しいことはありません。機械化された方法でフィッティングを最適化する場合は、プログラム可能な工業用計算機やコンピュータを使用すると、容易に行うことができます（ただし、同様のさまざまな関数をフィッティングしなければならない場合や、高精度かつ高次のフィッティングを行うために多数の連立方程式を解く必要があるような場合を除き、これは必須事項ではありません）。



大量の計算処理が容易になったことや、乗算器、除算器、べき乗／べき乗根デバイス、対数素子を手しやすくなったことで、今日では、スムーズなアナログ近似（代表的な誤差範囲が 0.1 % ～ 1 %）が、これまでよりはるかに現実的になりました。

関数  $y=f(x, A, B, C, \dots)$  を必要なプロトタイプ形状にフィッティングするのに必要なステップは、以下のとおりです。ここで、 $x$  と  $y$  は変数、 $A$ 、 $B$ 、 $C \dots$  は定数です。

1. まず正規化された形式のデータから始めるのが効果的です。
2. 「正しい形状」になる可能性の高い関数を仮定します。
3. 近似関数で求める定数の数と同数の特定点について、方程式を記述します。これらの点におけるフィットは正確なものとなります。
4. これらの定数に対する一連の連立方程式を解きます。方程式に定数を当てはめ、「正確なフィット」のために選択した具体的な値を方程式に代入して、その結果をチェックします。
5.  $x$  の他の中間値を使って、方程式を試してみます。それぞれを  $y$  について解き、 $y$  の予想値を引いて誤差を求めます。誤差曲線をプロットすると便利です。
6. 誤差が妥当な大きさであっても、1 対の計算点同士の間で一方の誤差が他方の誤差より大きい場合は、新しい中間点を選び、その新しい点について方程式を記述して解くことで、確認することができます。このプロセスは、（例えば）すべての範囲の最大誤差が等しくなるようにするために、必要な回数だけ繰り返すことができます（このプロセスを短縮するために補間方程式を使用できます）。

誤差が明らかに大きい場合は、異なる関数を試してみてください。所定の形態での固有誤差が小さい関数を提案するにあたっては、経験と創造性の両方が大きな助けとなります。このプロセスに精通した技術者であれば最初に試みられるいくつかの事柄を、以下に挙げます。

- ・ 「自然の法則」を見つけるよう試みる（例えば対数応答）
- ・ 線形性からの偏差、または  $\log x$ 、 $1/x$ 、 $e^x$ 、 $x^m$  などのように、対象曲線とある程度同様の形状を持つ単純な関数関係からの偏差をフィットするよう試みる。

- 一定の項数で打ち切った、べき級数 ( $A + Bx + Cx^2 + Dx^3$  など) を試す。
- 非整数の指数を含む級数を試す (例えば  $A + Bx + Cx^m$ ) 。
- 陰関数を試す。例えば  $y = (A - y) x^m = Ax^m / (1 + Ax^m)$  。2 つの式は同じですが、最初の式の要素の方が少数です。
- 「Hoerl 方程式」  $y = Ax^B e^{Cx} = A \ln^{-1} (B \ln x + Cx)$  を試す
- $\cos x = \sin (\pi/2 - x)$  などの、よりフィッティングが容易な補関数を試す

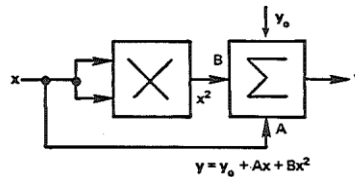


図 9: 1 個の乗算器を使用する 2 次多項式。  
この図および以降の図では、  
オペアンプ構成は定数の極性に依存します。

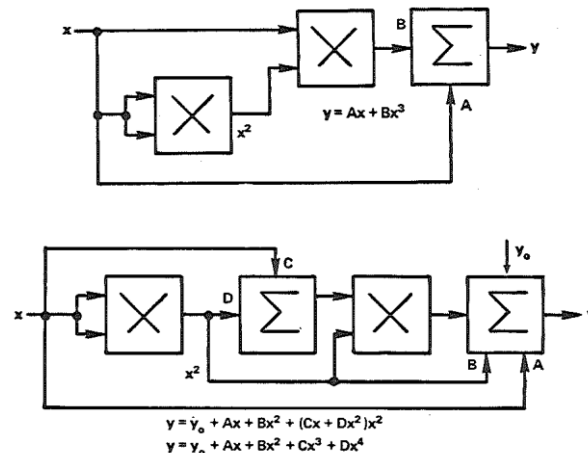


図 10: 2 個の乗算器を使用する奇関数 3 次多項式と汎用 4 次多項式。  
完全な汎用性を実現するために、入力にバイアスを与えることによって  
原点を X 軸沿いに h だけオフセットすることができます。  
この場合、x は  $x' = x - h$  となります。

## 多項式とべき級数

多項式は乗算器とオペアンプでモデル化できます。さまざまな次数の打ち切りべき級数をフィットするのに必要な乗算器の最小数は次の通りです。

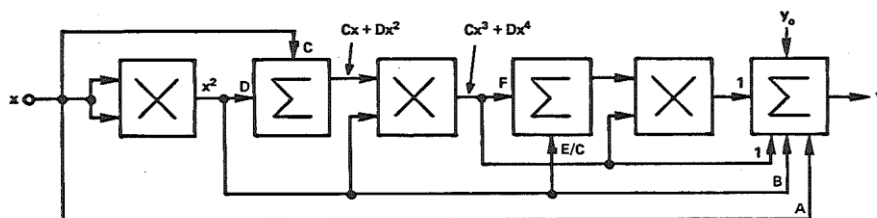
2 次 ( $x^2$  を含む) ...1 (図 9)

4 次 ( $x^4$  とこれ以下のべき乗項を含む) ...2 (図 10)

8 次 ( $x^8$  とこれ以下のべき乗項を含む) ...3 (図 11)

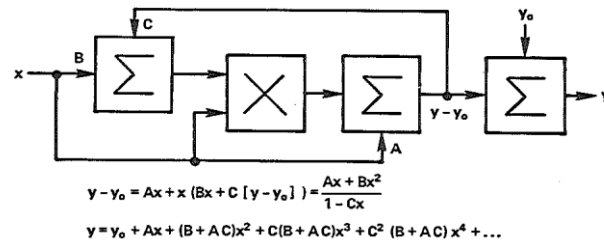
しかし、陰的帰還を使用する場合は、これらの打ち切り級数のいずれかが無限級数に変換されて、限定された適度な範囲内で収束します (図 12 と図 13)。これにより生じる質の向上が、理論的フィットを大幅に改善します。

例えば、3 次 ( $y = Ax + Cx^3$ ) の場合は、 $\pi/2 \sim -\pi/2$  の範囲で  $\sin x$  をフルスケールの  $\pm 0.6\%$  以内にフィットし、 $\pi \sim -\pi$  の範囲で  $\pm 13.2\%$  以内にフィットします。しかし、帰還項 ( $y = Ax + Cx^3 + Ex^2y$ ) を単純に加算すると、理論的誤差は  $\pm 0.01\%$  未満 ( $\pi/2 > x > -\pi/2$ ) となり、角度範囲が広くなっても ( $\pi \sim -\pi$ )、誤差は依然として  $\pm 1.2\%$  未満です。以下の例は無次元係数を求める方法を示しています。また、この章の付録では、正弦関数のさまざまなフィッティング方法を比較しながら詳述します。

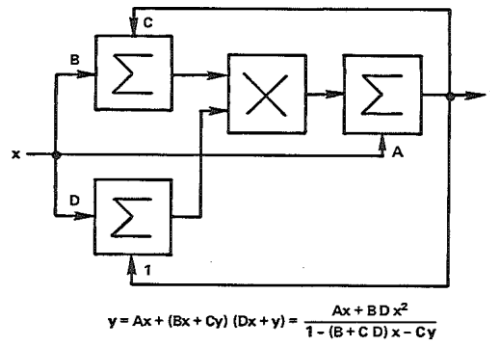


$$\begin{aligned}
 y &= y_0 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \left(\frac{E}{C}x^2 + F Cx^3 + F Dx^4\right)(Cx^3 + Dx^4) \\
 &= y_0 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + Ex^5 + \left(F C^2 + \frac{E}{C}D\right)x^6 + 2FC Dx^7 + F D^2 x^8 \\
 &= y_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + a_6 x^6 + a_7 x^7 + a_8 x^8
 \end{aligned}$$

図 11: 乗算器を 3 個使用する汎用 8 次多項式。  
この構成では、自由度を 2 象限犠牲にして相対単純性を実現します  
( $a_7$  と  $a_8$  は  $a_3, a_4, a_5, a_6$  の関数で、  
 $a_3, a_4, a_5$  と関連しています)。



a. 陰的帰還を使用する 2 次多項式は  $Cx < 1$  で収束する無限級数を生成し、3 自由度です。



b. x および y 両方の 2 次多項式は 4 象限の自由度ですが、係数の導出はかなり難しくなります。  
 $y(0) \neq 0$  の場合は、12a に示すようにループの外部に  $y_0$  が加えられます。

図 12: 乗算器を 1 個使用する陰的近似

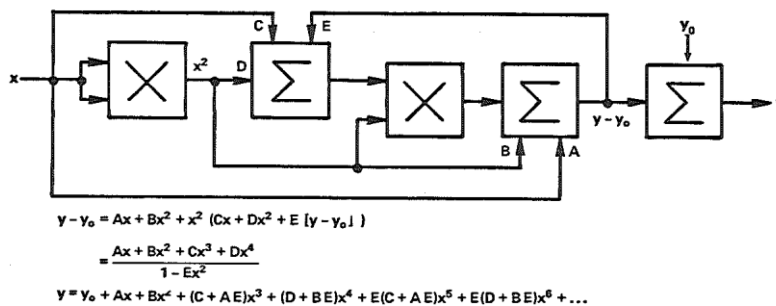


図 13: 乗算器を 2 個使用して陰的帰還を行う 4 次多項式は  $Ex^2 < 1$  で収束する無限級数を生成し、最大自由度は 5 です。奇関数の場合は  $B = D = 0$  で、偶関数の場合は  $A = C = 0$  です。

フィットの程度に対する現実的な制約、つまりデバイスのコストと性能、および回路の複雑さについては、この章ですでに述べました。これらに加えなければならないのが（単純で低コストの構成であっても）、係数の数が増えるにつれて高くなる自由度への対処が難しくなることです。数学が好きで、この種の問題を解くことを楽しみにしているような人でもない限り、手動計算機を使用するエンジニアにとっては、係数 3 個が妥当な上限です。プログラム電卓やコンピュータが使用できる場合は、デバイスのコストと性能による制約が一層顕著になります。

$$\text{例: } y = f(x) \approx \sin x \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$$

上述したように、この章の付録には、さまざまな精度と適合性に応じて（ $\sin z$  の）理論的フィットを提供する多くの方程式と構成が示されています。ここでは、関数フィッティング・プロセスの一例として、1 個の乗算器を使用して、最も簡単な近似である 2 次多項式を導出し、

$$y = Ax + Bx^2 \quad [y(0) = 0] \quad (26)$$

それをより正確なバージョンと比較します。この比較対象のバージョンに使用する乗算器も 1 個ですが、陰的帰還を追加します。

$$y = \frac{Ax + Bx^2}{1 - Cx} = Ax + x(Bx + Cy) \quad (27)$$

(26) の係数のトライアル・セットを得るために、2 つの点における  $y$  と  $x$ （ラジアン単位）を代入します。ここでは、終点を  $x = \pi/2$  とし、試験的な中間点を  $x = 1 \text{ rad} = 57.296^\circ$  とします。

$$\sin \pi/2 = 1 = A (\pi/2) + B (\pi/2)^2 \quad (28)$$

$$\sin 1 = 0.8415 = A + B \quad (29)$$

$A$  と  $B$  を同時に解くと  $B = -0.3589$ 、 $A = 1.2004$  となるので、 $y = 1.2004x - 0.3589x^2$  です。

$0 \sim \pi/2$  の角度範囲でこの近似をテストすると、\*最大誤差 ( $y - \sin x$ ) は  $21.6^\circ$  (誤差  $< 3.4\%$  F.S.) と  $74.5^\circ$  (誤差  $= -0.969\%$  F.S.) で生じます。0 ラジアン、1 ラジアン、 $\pi/2$  ラジアンでの誤差はゼロです。

(29) で中間ゼロ誤差に対して異なる角度値を選び、新しい係数に対する解を求めてそれらをテストするという手順を繰り返すことによって、対称最大誤差が約  $\pm 2.1\%$  の「ベスト」フィットを実現することができます。この近似は次式で表されます。

$$y = 1.155x - 0.33x^2 \quad (30)$$

中間ゼロ誤差は約  $42.2^\circ$  で生じ、最大誤差は  $17.4^\circ$  と  $68.6^\circ$  で生じます。誤差プロットを図 14 に示します。

この近似を実現する構成のブロック図を図 9 に示します。陰的帰還を追加することによって、式 27 で特性付けられる図 12a の構成が実現し、誤差を  $\pm 0.5\%$  未満に減らすことができます (図 14)。

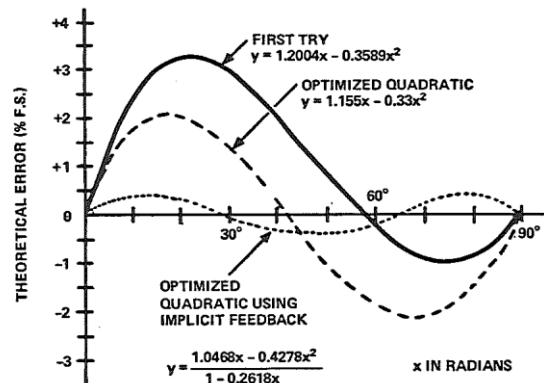


図 14:  $y = \sin x$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ) に対する 2 次近似の誤差。  
パーセント誤差  $= 100 (f(x) - \sin x)$

\* 最大誤差は、誤差プロットを使用するか、誤差方程式  $f(x) - \sin x$  を微分し、導関数がゼロになる値  $x$  を求めることによって決定できます。

式 (27) の係数は、上記と同様のプロセスで計算できます。しかし、C によって自由度が増えるとの中間ゼロ誤差の角度を 2 つ決定する必要が生じ、最大誤差が 3 個になると予想されます。3 つの連立方程式の解はプロセスを多少面倒にしますが、それでも対処は可能であり、オペアンプを 1 個追加するだけで誤差を 1/4 に減らすことができるので、十分に価値はあります。係数が最適化された新しい方程式は次のようになります。

$$y = \frac{1.0468x - 0.4278x^2}{1 - 0.2618x} \quad 0 < x < \pi/2$$

$$= 1.0468x - x(0.4278x + 0.2618y) \quad (31)$$

最大理論誤差は 11.5° (0.42 % F.S.)、47.1° (-0.44 % F.S.)、および 80.4° (0.44 % F.S.) で生じ、ゼロ誤差位置は 0°、28°、65.5°、および 90° です。

ここでは、終点の誤差をゼロ以外の値にすることによって、最大誤差をある程度減らせることに注意する必要があります。

これを実現するには定数を追加する必要がありますが（したがって連立方程式の数も増える）、理論的には可能です。しかし現実には補正が難しくなり、デバイスの許容誤差の変動に対する感度が増すので、非常に不利な結果を招くおそれがあります。

また、ここで論じている誤差は  $\sin x$  の理想値のパーセントではなく、フルスケールのパーセンテージで表されている点にも注意する必要があります。プロットされた誤差を理想値のパーセントに変換するには、誤差を  $\sin x$  で割る必要があります。比率誤差が大きくなって最大誤差の発生角度も変わり、大きさも同じではなくなります。理想値に対する比率で表した誤差を最小限に抑えるために近似をテストする場合、誤差関数は  $f(x) / \sin x - 1$  です。

2 個の乗算器を使えば、これよりはるかに良好な理論的フィットが可能で、2 象限（つまり  $-\pi/2 < x < \pi/2$ ）で動作させることができるという利点もあります。簡単な 3 乗回路（図 10）は  $\pm 0.6\%$  の最大誤差を実現しますが、陰的帰還を使用すれば理論的誤差を  $\pm 0.01\%$  未満に減らすことができます。これはおそらく、妥当なコストで近似を実装するために現在使用できる、どのデバイスよりも高い精度です。つまり、誤差は近似ではなくデバイスによって抑えられます。1 象限フィッティングでは、2 個の乗算器を使用する代わりに、 $m$  を 2.0 に設定した  $U \cdot V^m$  デバイス（モデル 433 など）を 1 個とすることができます。

最後に、同じ構成でも  $m$  を非整数値に設定した  $u \cdot v^m$  デバイスを使用すれば、最大理論誤差を  $\pm 0.15\%$  F.S. オープンループに減らすことができ、陰的帰還を行えば、さらに  $\pm 0.004\%$  に減らすことができます。以上に述べた近似は、すべてこの章の付録に記載されています。

### 区分線形関数フィッティング (概要説明)

図 15 に示すように、非線形関係は複数のゲイン・セグメント ( $S_1, \Delta S_2, \Delta S_3$  など) を合計することによって非線形の関係を作り出せます。これらのセグメントは、閾値を超えない限り動作には影響しません。閾値を超えると、所定のセグメントの出力が動作に線形的に影響します。理想的な影響（および誤差も）の性質は、閾値の位置とそのセグメントに起因する増分ゲイン、および実装手段によって決まります。

最も単純な「ダイオード・ファンクション・ジェネレータ」（一般に DFG と呼ばれる）は、図に示すように、ゼロ応答または線形応答（閾値からフルレンジ入力まで）のセグメントを使用します。影響は積み重なるので急峻な反転には、それ以前のセグメントで蓄積されたゲインに打ち勝つために、より大きなゲインが必要です。回路は、ゲインの積み重ねを防ぐために、切り捨てたセグメントを複数使って構成されてきましたが、この場合は回路量が多くなり過ぎて扱いにくくなる傾向があります。さらに、この方法では、あるセグメントを終了して別のセグメントを開始する際の「グリッチ」を避けるために、ブレイクポイントを慎重にマッチングする必要があります。



概念的に最も単純なセグメントは、バイアスされたダイオードと高精度抵抗によって得られますが、その温度の影響については不十分な点が多くなります。個々のセグメントに関するより現実的なアプローチについては、3-5 項に述べます。「理想ダイオード」オペアンプ回路は、その安定した閾値、鋭いコーナー、高精度のゲイン、およびオペアンプが低価格であることから、明確な可能性を示すものの 1 つに数えられます。

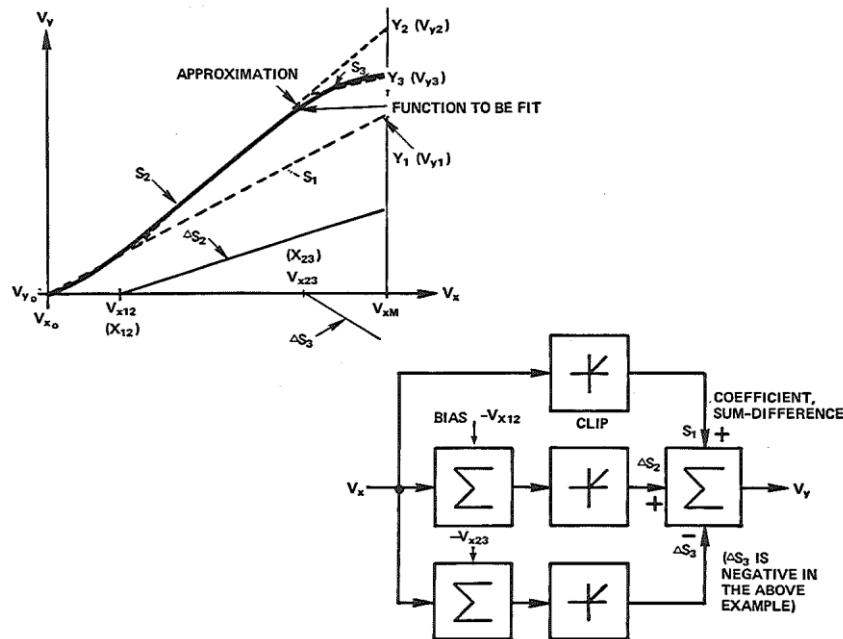


図 15: 3 つのセグメントから成る基本的な区間線形関数フィッタ

個々のセグメントによる正または負の影響は、減算出力回路を使用することによって得られますが、この回路は通常、反転出力アンプと中間電流インバータで構成されます。特殊用途用の関数フィッティングの場合（これは大多数のアプリケーションを占めます）、ゲインと閾値は計算可能で、固定抵抗値（微調整したもの）が使われます。汎用関数フィッティングでは、通常、ポテンショメータを使ってそれぞれの閾値（バイアス）とゲインを設定します。正から負のゲインの全範囲を得るために、ポテンショメータは正負の加算バスにまたがって置かれます（図 16）。

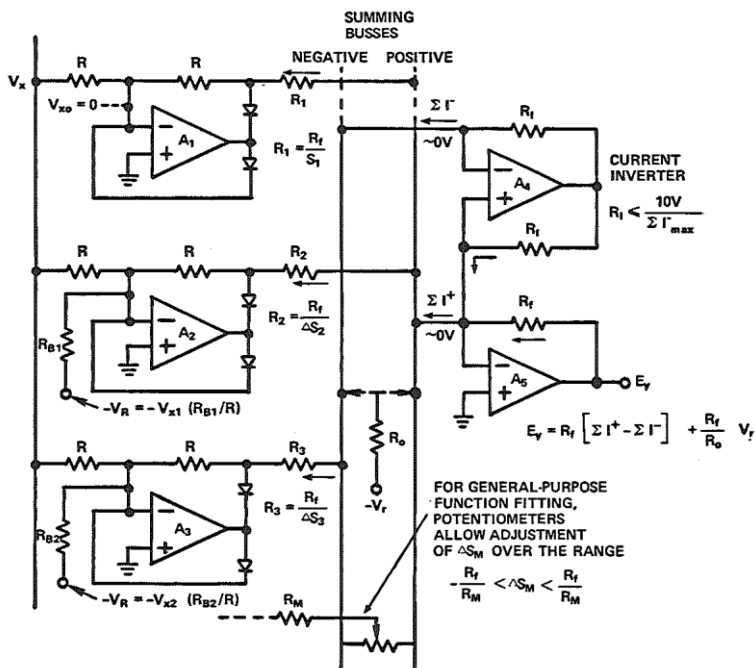


図 16: 区間線形関数フィッタ。通常、調整式閾値の場合は  $R_B = R$  および  $V_R = V_{xj}$  で、安定したリファレンス源に接続された個々のポテンショメータによって調整されます。

区間線形アプローチを使用するフィッティング関数は、紙上での検討から開始します。これは、視覚的または数値的に行うことができます。視覚的アプローチは、単純に、シミュレートする関数の大きい正規化プロットを使用します。曲線を必要な精度にフィットさせるために、最小限の数の直線を描きます（図 15）。これがブレイクポイント  $X_{12}$ 、 $X_{23}$ 、 $X_{34}$ ... を固定します。すべての直線は、 $x$ 、 $X_m$  の最大値に相当する縦座標まで延長されます。これによって、短い部分についても増分ゲインを正確に計算することができます。ここに示す例の増分ゲイン  $S_1$ 、 $\Delta S_2$ 、 $\Delta S_3$  は次式で表されます。

$$\frac{Y_1}{X_m}, \frac{Y_2 - Y_1}{X_m - X_{12}}, \frac{Y_3 - Y_2}{X_m - X_{23}} \quad (32)$$

回路の組み立てが完了すれば、関数の係数の最終的な設定\*

$$V_y = V_{y0} + S_1(V_x - V_{x0}) + \Delta S_2(V_x - V_{x12}) + \Delta S_3(V_x - V_{x23}) \quad (33)$$

は、以下に従って容易に行うことができます。

1.  $V_{x12}$  や  $V_{x23}$  などの閾値を設定します。
2.  $V_x = V_{x0}$ 、およびすべてのゲインがゼロのときに、出力バイアス  $V_y = V_{y0}$  を設定します。
3.  $V_x = V_{xm}$  として、 $V_y = V_{y1}$  に対して  $S_1$  を、 $V_y = V_{y2}$  に対して  $\Delta S_2$  を調整し、以下順番に従って同様に調整していきます。先行するゲイン設定が完了するまでは、すべてのゲインをゼロに維持してください。 $V_y$  を妥当な限界内に維持する必要がある場合は、全体的な出力減衰（一時的に減少した  $R_f$ ）を使用します。

すべての調整は  $V_x = V_{xm}$  で行われるので、蓄積ゲイン誤差は減少する傾向があります。これで、中間点で関数をチェックできます。ブレイクポイントがあまりはっきりしない場合は、 $V_{y1}$  や  $V_{y2}$  などの値を決定する前の紙上でのプロット作成時に、この係数を考慮に入れる必要があります。フィットは、閾値にわずかな変更を加えてステップ 3 を繰り返すことにより、必要に応じて精度を向上させることができます。

## 加算アンプ構成に関する用語

加算減算アンプは良く知られており、差動オペアンプの基本的アプリケーションに関するテキストブックやチュートリアル記事のほとんどが、これを取り上げています。

関数フィッティング・アプリケーションでは、通常、さまざまなゲインとどちらかの極性を持ついくつかの任意入力を、すべて受け持つアンプがあります。これには通常、差動アンプか、減算構成の 2 つの反転オペアンプのどちらかが使われます。

平滑近似を行うために、通常、入力はおペアンプか、低インピーダンスのおペアンプ出力を持つ非線形モジュールまたは IC から取られます。これらのアプリケーションには、図 16 の差動減算器または反転減算器を使用できます。反転減算器はグラウンド・レベルで動作するので、ゲインの調整が必要なアプリケーションや、特定のゲイン調整に関連するインピーダンス変化が他のゲインに影響してはならないようなアプリケーションに適しています。しかし、ゲインが固定されている場合、差動減算器は多少価格が安くなります。図 17b に関連する基本的規則に従えば、抵抗比は簡単に計算できます。1975 年 6 月 12 日付け *Electronics* の 125 ~ 126 ページも併せて参照してください。

\* $\Delta S_j = 0$  for  $V_x - V_{xij} = 0$

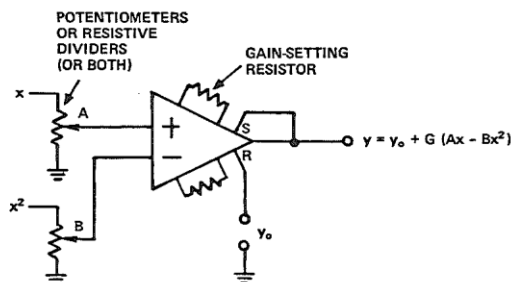


図 17a: 極性の異なる係数を持つ 2 変数システムでの固定ゲイン差動アンプの使用 (図 9 参照)。

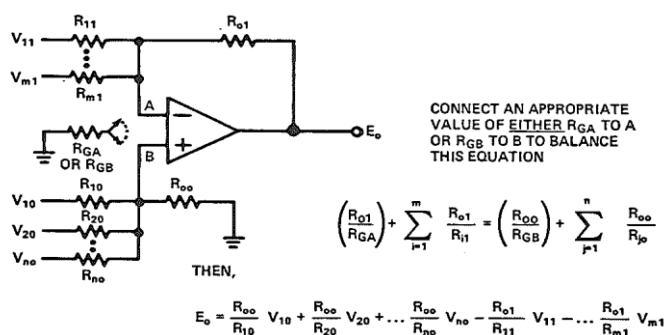


図 17b: 加算と減算での差動オペアンプ使用 (任意の固定ゲイン、任意の数の入力)

通常、区間線形近似における加算項のソース・インピーダンスは非線形で、導通状態で低く、開路状態で高くなります。したがって、反転アンプの加算部分にもたらされる分離は望ましいだけのものではなく、相互作用を避けるための必須事項です。

図 16 を詳しく見ると、A4 の正入力グラウンドではなく A5 の加算点に接続されているという、興味深い事実がわかります。この接続では、A4 は電圧インバータではなく、電流インバータまたはリフレクタとして機能します。A5 の加算点が通常は低い抵抗  $R_I$  ではなく、電流源の高出力インピーダンスによってロードされ、そのため A5 のクローズドループ・ゲインが最小限に抑えられて帯域幅が増加し、ドリフトとノイズの増幅値が小さくなることを考えると、その目的が明らかになります。

## 現実的な問題

ここまでは、関数フィッティングに対して「理想的なビルディング・ブロック」の手法を扱ってきましたが、使用するビルディング・ブロックの現実的な特性を無視してきたように思われます。その目的は、非常に適切な問題であっても、議論の本筋から脱線したり本筋を希薄にしたりしかねない問題を差し挟まないようにすることにありました。また、どのケースも、具体的な機能的動作、その構成、および許容入力／出力範囲を分析する必要があります。これらはさまざまな順列組合せが可能で、範囲がきわめて広いため、限られた紙面でそれぞれに見合った詳細を漏れなく検討することは不可能であり、検討を開始することさえほぼ不可能です。しかし、概念を実際に実装するために何らかの指針を示さなければ、この章が不完全なものになってしまいます。

実際の検討事項には、スケーリング、部品の選択、誤差（およびパラメータ変化とドリフトに対するその感度）、応答速度、および帰還構成の場合は安定性が含まれます。

読者に数学的な才能があれば、スケーリングや、パラメータの許容値に対する感度を（実際のデバイスや受動素子に対して規定された限度内で）決定したり、大体の応答速度を計算したりするのにほとんど苦労しないでしょう。安定性は理論的に調べることはできますが、おそらく実験的に求める方が得策です。

より一般的には、読者が定数計算やスケーリング（付録に一例を示します）を行うだけの十分な数学的能力を持っていたとしても、誤差や安定性の解析に必要な数学的式の記述には労力を要します。

そのような場合は、エラー解析に関して定数の変化を伴う一連の計算を「総当たりの」行って、変化に対して最も耐性の高いものと、最も影響を受けやすいものを明らかにする必要があります。1 つの方法は、所定の定数を例えば 0.1 % 変化させて、それが最大誤差に及ぼす影響（大きさと方向）を明らかにすることです。もう 1 つの方法は、入力変数を例えば 0.1 % 変化させて、それが出力誤差に及ぼす影響を明らかにすることです。

この計算機の時代においては、多くの有効桁数で理論的定数の計算を行い、誤差にはっきりした影響が出るまで 1 桁ずつ丸めていくのは、有効な方法です。この章とその付録に示す理論的な例は、関連する精度に対して多過ぎる桁数まで計算されています。

いずれの場合も、読者は第 3 章の使用デバイスに関する項目、および第 4 章の使用特定演算（例えば乗算、除算、対数など）の応用に関する項目を参照する必要があります。当然ながら、実際に選択したデバイスが物理的にも電氣的にもシステムの他の周辺部分に適合していることや、仕様リスト内に望ましくない項目が含まれていないことを確認するために、データシートの内容をよく理解することが不可欠です。

解析（または直感）によって最も敏感と判断される回路部分で、応答、安定性、およびパラメータ変動の影響を調べるための機能を備えた「ブレッドボード」を使い、常に性能をチェックする必要があります。

抵抗は、（例えば）解析値より低い標準値で、なおかつ最も解析値に近く、適切な許容誤差、温度感度、およびコストのものを選ぶことができます。パラメータ変動の影響は、直列に接続された抵抗増加率を「微調整」することによって、実験的に調べることができます。

ダイナミック応答と安定性を調べる最良の方法は、さまざまなレベルでバイアスした大小のサイン波と矩形波（おそらくはノイズを含む）を使用して、実験的に調べることです。多くの場合は、RC 遅延回路を使って応答の速い側を遅延させ、加算する支線の大体の応答をマッチングさせることによって、応答（特に減算を伴う場合の応答）を改善することができます。

サイン波または三角波を使用するオシロスコープ画面上の X-Y プロット（入力横軸で出力縦軸）は、曲線形状の確認、フィットに大きな誤差がなかったかどうかの判定、振幅に対する不安定さの検出、および（周波数調整による）振幅と「位相」応答の同時判定にきわめて有効です。出力挙動だけでなく、中間段での挙動も観察することができます。

関数が線形性からの偏差を伴うものである場合は、入力に比例した信号から出力を減じ、入力に対してプロットされた偏差だけを観察することによって、より高い感度で誤差を調べることができます。

誤差は、電圧源と高精度デジタル電圧計を使うか、あるいはチャート・レコーダ上の X-Y プロットと手動でプロットした曲線を比べることによって、ポイントごとに求めることもできます。いくつかの同じような関数を監視したりトリミングしたりする場合は、コンピュータによるテスト手法をさまざまな方法で利用することができます。例えば入力をプログラムして、出力を保存された「正しい」値とデジタル的に比較するか（合否判定）、コンピュータ・グラフィックによって表示されたアナログ指示値と比較します。

## まとめ

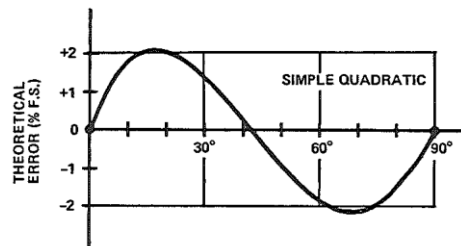
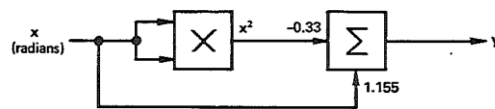
この章では、アナログ関数フィッティングに関係する基本的な概念と手法を読者に紹介し、補正、補償、計測に対する低コストの非線形アナログ・デバイスの適用拡大を促してきました。これらの考え方の一部は、以降の章で、より詳細に再度取り上げることになると思います。この章では、概念モデルの作成に重点を置いてきました。以降の章では、その考え方の一部をアプリケーションの中で活用します。

## 2-1 項付録

理想的なデバイスによる  $\sin x$  のアナログ近似

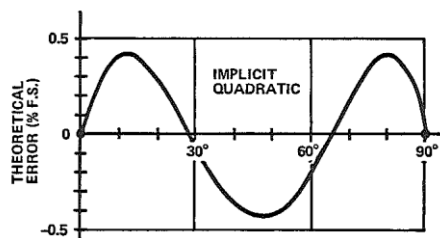
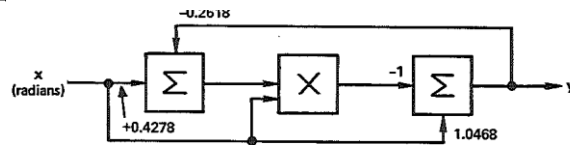
### 1.2 次、1 象限、1 乗算器

A. 陽関数:  $y = 1.155 x - 0.33 x^2$



B. 陰関数:  $y = 1.0468 x - x (0.4278 x - 0.2618 y)$

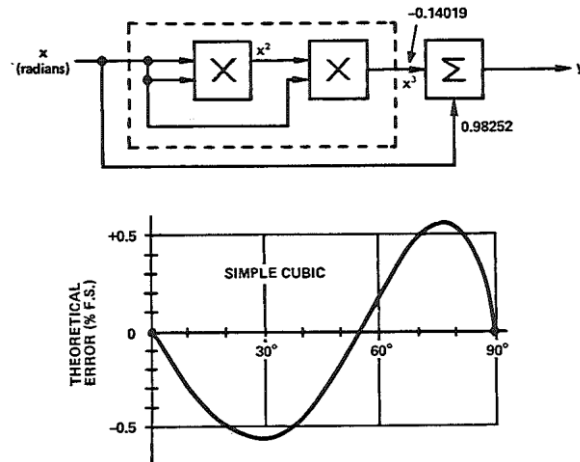
$$= \frac{1.0468 x - 0.4278 x^2}{1 - 0.2618 x}$$





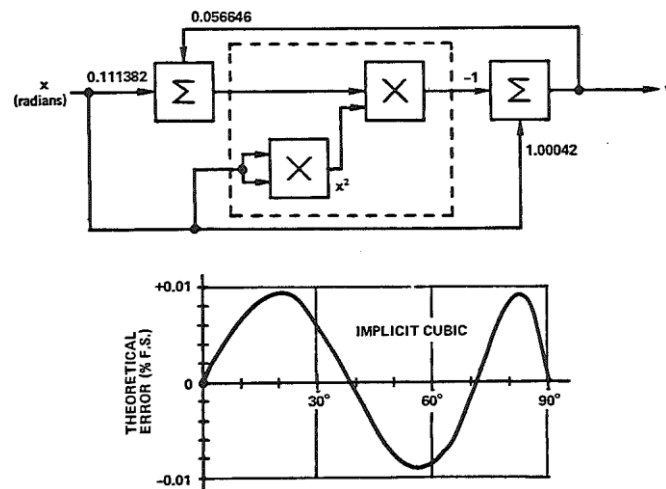
2.3 次、2 象限、2 乗算器、または 1 象限  $UV^2$

A. 陽関数:  $y = 0.98252 x - 0.14019 x^3$



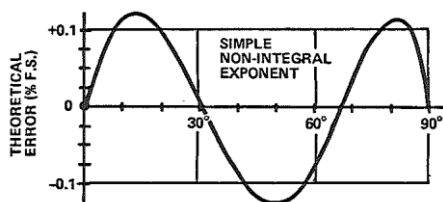
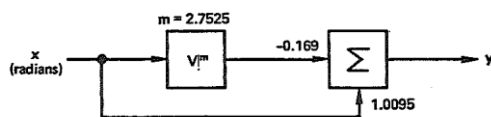
B. 陰関数:  $y = 1.00042 x - x^2 (0.111382 x + 0.056646 y)$

$$= \frac{1.00042 x - 0.111382 x^3}{1 + 0.056646 x^2}$$



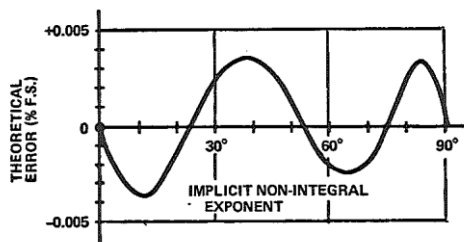
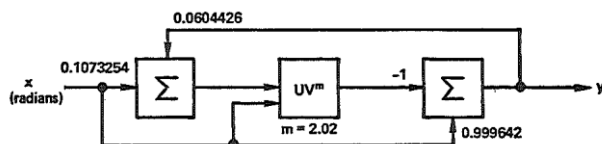
3. 非整数指数、1 象限、1  $UV^m$

A. 陽関数:  $y = 1.0095 x - 0.169 x^{2.7525}$



B. 陰関数:  $y = 0.999642 x - x^{2.02} (0.1073254 x + 0.0604426 y)$

$$= \frac{0.999642 x - 0.1073254 x^{3.02}}{1 + 0.0604426 x^{2.02}}$$

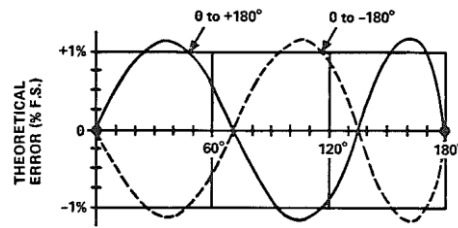


#### 4. 拡張角度範囲

A. 陰関数、3 次、4 象限、 $-\pi < x < +\pi$ 、2 乗算

$$y = \frac{1.0287 x - 0.10423 x^3}{1 + 0.0904 x^2}, \quad 2 \text{ (B) と同様の回路}$$

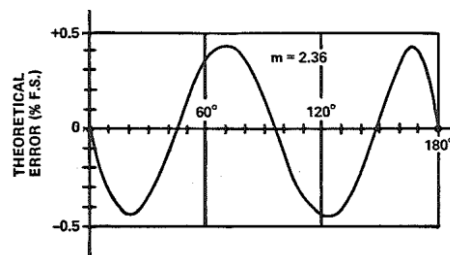
$$= 1.0287 x - x^2 (0.10423 x + 0.0904 y)$$



B. 陰関数、非整数指数、2 象限、 $0 < x < \pi$ 、1  $UV^m$

$$y = \frac{0.9790 x - 0.0657 x^{3.36}}{1 + 0.0814 x^{2.36}}, \quad 3 \text{ (B) と同様の回路}$$

$$= 0.9790 x - x^{2.36} (0.0657 x + 0.0814 y)$$



### スケーリングの例

この章で述べたスケーリングの原理を適用する方法を示すために、以下の仮定に基づいて例 2B の電氣的係数を求めます。

1. 10V のフルスケール入力が  $\pi/2$  ラジアンに相当。
2. 10V のフルスケール出力が  $\sin \pi/2$  に相当。
3. 乗算器の伝達関数は  $V_1 V_2 / 10 = E_{out}$

$$y = \frac{A x - B x^3}{1 + C x^2} = A x - x^2 (B x + C y) \cong \sin x$$

ここで、

$$A = 1.00042$$

$$B = 0.111382$$

$$C = 0.056646$$

$y$  の最大値は 1 なので、 $y$  はすでに正規化されています。ただし、 $x$  は無次元（ラジアン）ですが正規化されていません。 $x$  をその最大値  $\pi/2$  に対して正規化するために、 $x$  を使用する場合は常に  $\pi/2$  を掛けて割ります。

$$y = A \frac{\pi}{2} \frac{x}{\pi/2} - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \left(\frac{x}{\pi/2}\right)^2 \left[ B \frac{\pi}{2} \frac{x}{\pi/2} + C y \right]$$

$A'$ 、 $B'$ 、 $C'$  を方程式の未知の係数とすると、以下の式は、乗算器の伝達関数を考慮に入れた電氣的等価回路の理想的性能を記述しています。

$$E_y = A' V_x - \frac{V_x^2}{10} \cdot \frac{B' V_x + C' E_y}{10}$$

$$\text{正規化すると次のようになります。} \quad \frac{E_y}{10} = A' \frac{V_x}{10} - \left(\frac{V_x}{10}\right)^2 \left[ B' \frac{V_x}{10} + C' \frac{E_y}{10} \right]$$

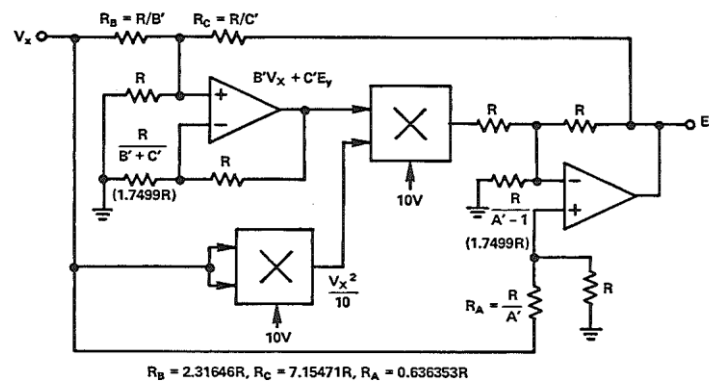
正規化された式もこれと同じでなければならぬので、以下が成り立ちます。

$$A' = A (\pi/2) = 1.571456$$

$$B' = B (\pi/2)^3 = 0.431693$$

$$C' = C (\pi/2)^2 = 0.139768$$

理想的な乗算器、オペアンプ、および抵抗を使用してこれらの係数を実体化する回路は、次のようになります。



## 2-2 時間関数の生成

1930 年代と 1940 年代の電子計測に革命をもたらした 2 つの製品が、オシロスコープとサイン波発生器でした。サイン波発生器はテスト対象のシステムやデバイスへの入力信号を提供し、オシロスコープは応答の観察と時間領域での計測を可能にしました。それ以降、装置としての時間関数用ファンクション・ジェネレータは著しい発展を遂げました。今日ではデジタル的にプログラムされたサイン波、矩形波、パルス、三角波の発生器を使用できる他、ROM によって決定される任意関数のジェネレータもあり、周波数も mHz ~ MHz の範囲で選ぶことができます。

汎用ファンクション・ジェネレータが広く使われるようになるにつれて、特別な装置に使用するための、社内設計による低価格でコンパクトな *特定用途向け* ファンクション・ジェネレータを展開する可能性が開けました。低価格のオペアンプが使用できるようになったことで、これらの可能性のいくつかは現実味を帯びたものとなり、今日ではこれに加えて、非線形性の制御と予測が可能な低価格の回路素子も使用できるようになっているため、OEM 機器でのファンクション・ジェネレータの使用が大幅に増加していくことが見込まれます。

関数生成の応用例には、制御システムにおける「プロファイル」（温度、流れ、速度など）の設定、テストおよび計測システムでのプログラム済みパラメータの調整、チャート・レコーダやオシロスコープのような計測装置における特別な形式（対数など）の時間ベースの提供などがあります。非線形性のその他の応用例としては、可変周波数の多相発振器や電圧制御フィルタの他、振幅、周波数、位相を精密に制御する低コストの信号生成などがあります。また、これらには、従来使用されてきたサイン波、矩形波、および三角波発生器、可変デューティ・サイクルのパルス発生器、ワンショット・パルス発生器、そして有名なフェーズ・ロック・ループが含まれることは言うまでもありません。さらに、ランダム・ノイズ発生器も忘れるわけにはいきません。

この章では関数生成のいくつかの原理について述べ、入手可能な標準ビルディング・ブロックを使って、いくつかの基本的関数を確立する方法を提案します。もちろん、トランジスタと受動素子を使った単純な回路から、テスト用機器専門メーカーのカatalogまで、この種の装置に関する書籍や資料にはさまざまな種類のものが数多く存在します。このハンドブックの目的は、これらの努力に代わるものや、これらより優れたものを提供しようとするのではなく、制御された非線形性が関数生成において果たすことのできるさまざまな役割を、適切な範囲で設計者に示すことにあります。これは、そうすることによって、設計者の設計ツールや設計上の秘訣、そしてアイデアを補完する貴重な材料を提供できるという考えに基づいています。

### ファンクション・ジェネレータは多面的

ファンクション・ジェネレータの範囲はきわめて広く、さまざまな方法で分類できると考えられます。これらのすべてに共通しているのは、非線形性を使用していることです。ある目的を持って非線形デバイスを使用することなく、DC 電源をはじめとする時間関数を単独で生成する手段を想像することはきわめて困難です。

この章ではいくつかの特別な関数生成例だけを扱いますが、後述するファンクション・ジェネレータの特性に関する包括的な資料は、あらゆる要素を含むこの分野において、（良く知られた側面と同様に）あまり注目されない側面を理解しようとする読者の参考になるはずです。

1. 周期性: 非周期（シングルショット）、固定、変調、ランダム。「シングルショット」という言葉から受ける一般的な印象は、1 つの刺激に対して 1 つのパルスが発生するパルス発生器ですが、この言葉は、1 つの半サイン波、減衰指数列、もしくはダイナモメータ用の任意の速度またはトルク・プロファイルなどの可能性を示すものでもあります。固定波形は、時間に伴う変化をしない統計的特性を持つ波形です。実際には、最終的な波形の振幅、周波数、位相、または形状、あるいはランダム波形の平均、変動、振幅、分布、および周波数スペクトルが、それらの計測前、計測中、および計測後の長時間にわたって一定の場合は、固定波形と見なされます。変調とは、ある観測間隔の中で（あるいは 1 つの間隔から次の間隔までの間に）、信号に応答して波形のある特性、例えば振幅、位相、周波数、パルス幅、パルス位置、パルスの有無などが変動することを言います。これは、特に電圧／周波数変換を含みます。電圧／周波数変換は、電圧によって決まる周波数を持つ信号の生成、または固定周波数に関する信号の変調と見なすことができます。

2. 速度: 超低速 (1Hz 未満)、低速、オーディオ、高速、ビデオ (> 1 MHz)。これらの区別は多分に定性的なものです。部品やアプローチの選択、設計の重要性、正確な動作の限界、使用や計測の困難さに影響を及ぼす限りにおいては重要です。設計が最も容易なスペクトル部分は中間的な速度で、約 1 Hz ~ 30 kHz の範囲です。設計に適した受動素子は小型で安価なものであり、能動デバイスは低ドリフト、低ノイズで、妥当な帯域幅を持つものが適しています。低速側で問題を引き起こす熱の影響や、高速側で問題を複雑化する浮遊容量や浮遊インダクタンスも、中間域では比較的扱いが容易です。このハンドブックはファンクション・ジェネレータに関する完全な教科書ではないので、提案した具体的回路のほとんどは、低速域からオーディオ域の速度と周波数で最良の性能を持たせています。

3. 整形: 単純と複雑。単純な関数とは、その性質を最小限の基本的ハードウェアで実現できる関数です。これらには、共振素子によって生成されるサイン波、スイッチングによって生成される矩形波、矩形波の応用として生成される三角波や、指数関数波、およびパルス列が含まれます。複雑な関数は、比較的単純な関数への演算を伴います。これには、単純波形に適用される変調、フィルタリング、および非線形関数フィッティング (アナログまたはデジタル) が含まれます。アナログ関数フィッティングにはランプ (スロープ) と関数フィルタが必要で、デジタルの場合はパルス列、読出し専用メモリ (ROM)、および出力に適切なフィルタリングを施した D/A コンバータが必要です。両方を組み合わせれば、一定の効果を上げることができます (この章の図 11 を参照)。今日市販されているほとんどのサイン波/矩形波/三角波発生器は、複雑な方法でサイン波を得ています。三角波は関数フィッティングされたサイン波演算に適用されます (図 1)。

ランダム・ノイズは、単純な方法（例えば抵抗や接合ノイズを増幅）でも複雑な方法（パルス列、タップ・シフトレジスタ、排他的 OR を使った帰還、D/A 変換、およびフィルタリングを使用し、十分に低い自己相関を持つ疑似ランダム波形を発生させる）でも発生させることができます。

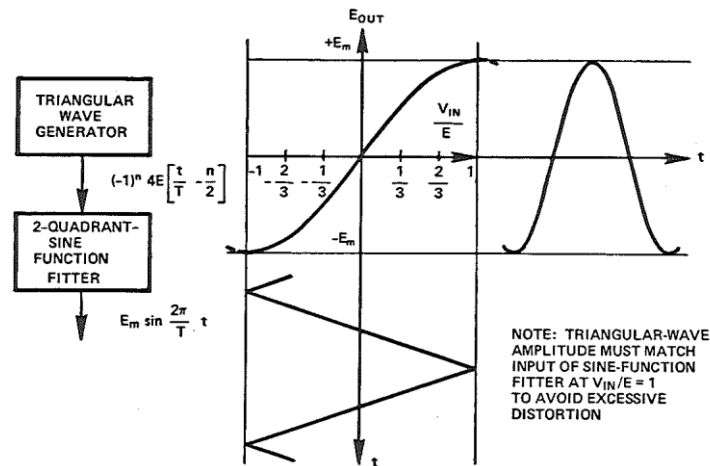


図 1: 関数フィッティングによるサイン波の生成

4. 制御パラメータ: 振幅、周波数、位相、マーク／スペース比、レンジ、形状、計測基準。これらのパラメータは、関数生成方法の影響を受けます。これらのパラメータによって必要な動作をいかに忠実に再現できるかが、ファンクション・ジェネレータの基本的な性能仕様となります。マーク／スペース比は、単なるパルスのオン／オフ時間よりも広い意味を持ちます。対称性を示す基準として、この値は、勾配や掃引の立上がり間隔と立下がり間隔の比も表します。規定された形状からの逸脱は「歪み」として指定されます。計測基準は、波形の特性を評価するために、振幅の代替手段あるいは追加手段として使うことのできる平均計測の形態を示します。例えば実効値（RMS）や平均絶対値です。クレスト・ファクタは、ピーク振幅と実効値の比です。（ランダム・ノイズの場合は、実効値を繰返し計測する方が、ピーク振幅を観察するより簡単です。クレスト・ファクタはさまざまな値を取り得ますが、これはノイズ分布の関数です）



5. パラメータ変化の形態: 固定、マニュアル調整（レンジ内で連続的あるいは非連続的に）、離散的、デジタル・プログラム、自動レンジ設定、連続可変（変調）。これはすべてアプリケーションで決まりますが、設計に大きく影響します。この選択に応じて、パラメータは、例えば抵抗、ポテンショメータおよび切り替え式固定抵抗、抵抗ボックス・スイッチ、D/A コンバータ、あるいはアナログ乗算器によって設定されます。
6. パラメータの精度等級: 0.01 %、0.1 %、1 %、外部補正。このカテゴリは、「絶対精度」、「相対精度」、正確さ、再現性、安定性などの用語を含む包括的なものです。上に示した数値は誤差の大きさを示すもので、これらの望ましい特性は、通常、それぞれ完璧な値からの偏差を表す小さい数値で規定されます。特定用途向けに設計されたファンクション・ジェネレータは、誤差が大きく異なるパラメータを持つことがあります。例えば、周波数誤差は百万分率（ppm）の範囲ですが、振幅変動や波形歪みは通常 10 % 程度の大きさです。低価格の乗算器と D/A コンバータが広く使われるようになったことで、コストのかかる固定補正に依存してすべての使用ジェネレータを補正するのではなく、各ジェネレータでそれぞれの計測を行う前に、プログラムされた 1 つのリファレンスを使用してすべてのジェネレータを希望の設定に合わせて自動的に補正し、コンピュータで調整することによって、テスト・システムを構築することが可能になりました。
7. 独立性: 自走、同期、従属。自走ファンクション・ジェネレータの精度とタイミングは、ジェネレータ自体の内部リファレンス源にほぼ全面的に依存しますが、電源電圧にもある程度は依存します。同期デバイスはそのほとんどの時間を自走デバイスとして使用できますが、時によって「速度に応じた」動作をします。スレーブ・デバイスは、サイクルごとにその速度リファレンスに従って動作します。
8. 周波数決定要素: 共振、レベル制御、外部。内部水晶発振子、ウィーン・ブリッジ、位相シフト、または積分ループ発振回路を使用するファンクション・ジェネレータは共振タイプです。閾値を超えた時点で位相を切り替えるものは、レベル制御タイプです。レベル制御タイプ（マルチバイブレータやワンショットなど）は低価格ですが、そのタイミングは通常、RC 時定数、リファレンスからの供給電圧、およびコンパレータに依存します。共振タイプは、RC 時定数などの線形パラメータにのみ依存します。もちろんどのタイプも、アンプの位相シフトと寄生リアクタンスを考慮しなければなりません。共振タイプを振幅制御構成にすると減衰に影響し、さらにそれにより周波数にもわずかに影響します。

## 基本的な三角波／矩形波ジェネレータ

多くのレベル制御発振回路に共通する構成を、図 2 に示します。この回路は、ヒステリシス・コンパレータと積分器で構成されます。ヒステリシス素子の出力には 2 つの安定状態、 $E_{O+}$  と  $E_{O-}$  があります。これは入力  $V_{1+}$  を超えると  $E_{O+}$  に切り替わり、入力  $V_{1-}$  未満になるまでその状態を保って、そこで  $E_{O-}$  に切り替わります。この状態は、入力が再度  $V_{1+}$  を超えるまで維持されます。

いま、出力が  $E_{O+}$  に切り替わったものとしします。この出力は積分器の入力に加えられます。 $V_{1+}$  を始点とする積分器の出力は、時間とともに  $E_{O+}/RC$  の率で直線的に減少します。次式で示される時間の終了時において、

$$\Delta t_1 = RC \frac{V_{1+} - V_{1-}}{E_{O+}} \quad E_{O+} > 0 \quad (1)$$

積分器の出力は  $V_{1-}$  であり、ヒステリシス・コンパレータの出力は  $E_{O-}$  に切り替わります。この時点から積分器の出力は  $-E_{O-}/RC$  の率で直線的に増加し、上記時間の終了時に積分器の出力が再度  $V_{1+}$  になるまで増加を続けます。

$$\Delta t_2 = RC \frac{V_{1+} - V_{1-}}{-E_{O-}} \quad -E_{O-} > 0 \quad (2)$$

周期は次式で表されます。

$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 = RC \left( \frac{V_{1+} - V_{1-}}{E_{O+}} \right) \left( 1 - \frac{E_{O+}}{E_{O-}} \right) \quad (3)$$

周波数は次の通りです。

$$f = \frac{1}{T} = \frac{E_{O+}}{\left(1 - \frac{E_{O+}}{E_{O-}}\right) (V_{1+} - V_{1-}) RC} \quad (4)$$

矩形波のマーク／スペース比は次式で表されます。

$$M/S = \Delta t_1 / \Delta t_2 = -E_{O-} / E_{O+} \quad (5)$$

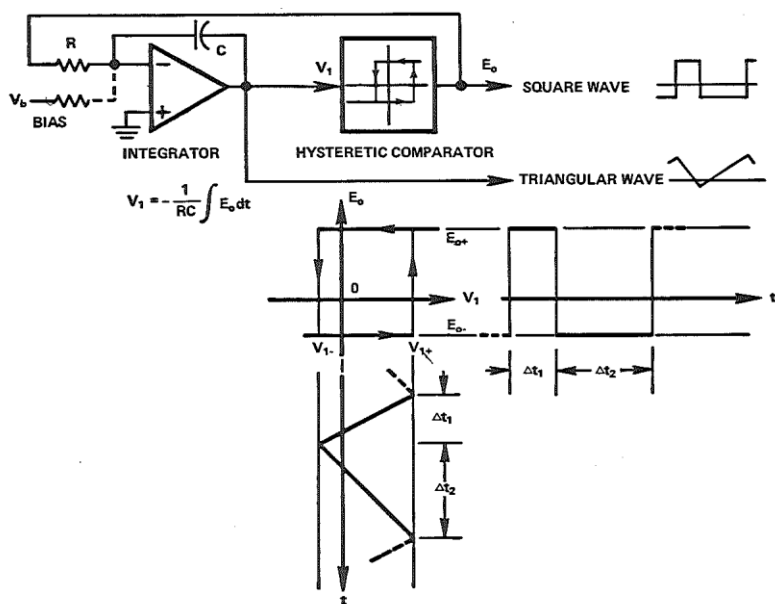


図 2: 基本的な三角波／矩形波ジェネレータ

三角波と矩形波のピーク to ピーク振幅は、それぞれ  $(V_{1+} - V_{1-})$  と  $(E_{O+} - E_{O-})$  です。三角波の振幅対称性は  $V_{1+} = -V_{1-}$  で、矩形波の場合は  $E_{O+} = -E_{O-}$  です。

マーク／スペース比が 1 以外の対称矩形波が必要な場合は、積分器入力に適切なバイアス  $V_b$  を与えることで行えます。このバイアスは、周期とマーク／スペース比を計算するために  $E_{O+}$  と  $E_{O-}$  の両方に加えられます。しかし、ヒステリシス・コンパレータの出力レベルは影響を受けません。例えば、 $E_{O+} = -E_{O-} = +10V$  で、マーク／スペース比を 2:1 にしたい場合は次式が成り立ちます。

$$2 = \frac{-(E_{O-} + V_b)}{(E_{O+} + V_b)} = \frac{10 - V_b}{10 + V_b} \quad (6)$$

これを解くと、 $V_b = 10/3$  ボルト、つまり  $-E_{O+}/3$  です。一般には、次式が成り立ちます。

$$\frac{V_b}{E_{O+}} = \frac{-E_{O-}/E_{O+} - M/S}{1 + M/S} \quad (7)$$

対称矩形波の場合は次のようになります。

$$\frac{V_b}{E_o} = \frac{1 - M/S}{1 + M/S} \quad (8)$$

マーク／スペース比に関連してよく使われる表現が、デューティ・サイクル ( $\eta$ ) です。

$$\eta = \frac{M/S}{1 + M/S} \quad (9)$$

式 (8) をデューティ・サイクルの観点で書き直すと、次のようになります。

$$\frac{V_b}{E_o} = 1 - 2\eta, \text{ or } V_b = E_o - 2\eta E_o \quad (10)$$

積分器入力に与えるバイアス電圧が一定値  $E_o$  から変数  $V_m = 2\eta E_o$  を減じた値の場合、デューティ・サイクルは  $V_m$  の線形関数となります（線形パルス幅変調）。残念ながら周波数は一定ではなく、 $V_m$  の関数となります。

コンパレータの出力レベルが対称である場合は、時間的対称性 ( $M/S = 1$ ) を得るために、積分器入力にバイアスを追加することもできます。コンパレータ出力が単極性の場合、例えば出力が TTL ロジックのレンジ内（仮に 5V と 0.5V）である場合は、(1) と (2) の制約を満たすためにバイアスを追加することが必須です。

出力が対称の場合は、コンパレータ出力と積分器入力の間に乗算処理を組み込むことによって、周波数を直線的に制御できます（図 3）。手動制御の場合の「乗算器」はポテンショメータとすることができ、電圧制御の場合は乗算器、デジタル制御の場合は乗算機能付き D/A コンバータとすることができます。スケール定数 10V の乗算器を使用する場合、周波数は次式で表されます。

$$f = \frac{V_f E_o}{20 RC} \cdot \frac{1}{V_{1+} - V_{1-}} \quad (11)$$

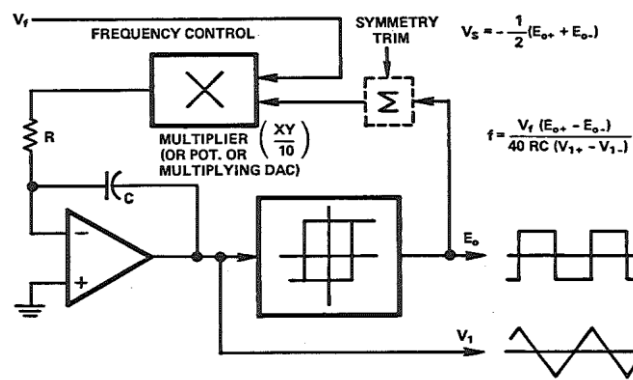


図 3: 発振回路周波数の制御

## ヒステリシス・コンパレータとしてのオペアンプ

正の帰還を使用してヒステリシスを発生させる単純なオペアンプ回路を図 4 に示します。電源から 1 V 前後のオン電圧を持つ出力電圧範囲の広いオペアンプなら、これらの回路に特に有効です。安定性を高めるために、温度補償したツェナー・ダイオード・レギュレータ回路を使用することができます。これは  $E_o$  の振幅だけでなく、周波数とマーク／スペース比、三角波の振幅など、 $E_o$  に依存するすべてを安定させます。

その動作を示すために、 $V_1$  が閾値  $V_{1+}$  に達した時点で出力がちょうど  $E_{o+}$  に切り替わったものとしします。その後  $V_1$  は直線的に減少し、アンプの正入力端子が負になるまで減少を続けます。

この状態は、 $V_1$  が  $V_{1-}$  に達した時点で生じます。

$$-V_{1-} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = E_{o+} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (12)$$

出力は  $E_{o-}$  に切り替わり、積分器の出力は再び増加を始めて、アンプの入力端子が正になる ( $V_1$  が  $V_{1+}$  に達する) まで上昇を続けます。

$$V_{1+} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = -E_{o-} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (13)$$

したがって、出力は次の条件が満たされたときに  $V_{1+}$  と  $V_{1-}$  で切り替わります。

$$V_1 \geq -\frac{R_1}{R_2} E_{o-} \text{ and when } V_1 \leq -\frac{R_1}{R_2} E_{o+} \quad (14)$$

図 4 に示すヒステリシス・コンパレータを使用する図 2 の発振回路の理論的周波数は、次式で表されます。

$$f = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{RC} \cdot \frac{\frac{E_{o+}}{R_1} - \frac{E_{o-}}{R_1}}{\left(1 - \frac{E_{o+}}{E_{o-}}\right)^2} \quad (15)$$

三角波の振幅は次式のとおりでです。

$$(V_{1+} - V_{1-}) = \frac{R_1}{R_2} (E_{o+} - E_{o-}) \quad (16)$$

周波数は、RC を調整するか、積分器入力への帰還パスにゲイン調整機能を組み込むことによって、三角波や矩形波の振幅に依存せずに制御できます。三角波振幅の対称性は、適切な極性の電圧源に接続された抵抗  $R_0$  を介して、ヒステリシスの加算点にバイアス電流を与えることによって制御できます。コンパレータ出力がほぼ対称の場合は、精密トリミングを行うために、 $R_0$  の値をきわめて大きくして、電源間に調整回路を接続することができます。これに対し、大きなオフセットを扱わなければならない場合（コンパレータ出力が 0.5 ～ 5V を振幅するような場合）は、固定抵抗と可変抵抗を直列にしたものを調整回路に使用できます。

このケースでは、 $V_s$  が負電圧の場合、対称状態で次式が成り立ちます。

$$-\frac{V_s}{R_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{E_{o+} + E_{o-}}{R_2} \right) \quad (17)$$

三角波をバイアスしても、その振幅、周波数、またはマーク／スペース比には影響しません。

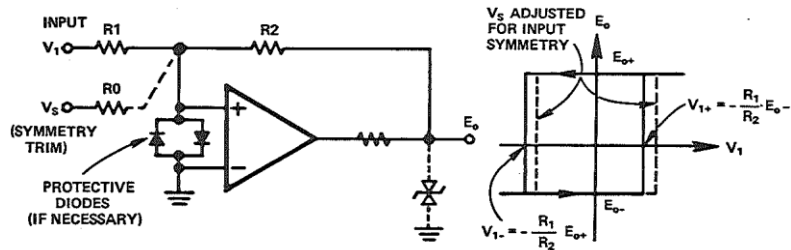


図 4: ヒステリシス・コンパレータとしてのオペアンプ

## 実際の発振器回路<sup>1</sup> (図 5)

低価格部品を使用するこの回路は、記載された定数値で、マーク／スペース比がほぼ 1 で振幅が約  $\pm 14\text{ V}$  の矩形波と、適切な対称性を備えた約  $\pm 10\text{ V}$  の三角波を約  $100\text{ Hz}$  で出力します。周波数、三角波振幅、対称性、およびマーク／スペース比は、上述の方法ですべて調整することができます。A1 は FET 入力アンプなので、C と R に大きい値 ( $0.1\text{ Hz}$  の場合で  $10\text{ M}\Omega$ ) を使用したり、R の前に減衰器を置いたりすることで、 $0.1\text{ Hz}$  以下の周波数も生成可能です。A1 のバイアス電流とオフセット電圧は  $V_{0s} + I_b R$  の外部バイアスと同じように動作して、マーク／スペース比をわずかに変化させます。矩形波の立上がり時間は約  $1.5\text{ }\mu\text{s}$  で、立下がり時間は約  $0.5\text{ }\mu\text{s}$  です。

<sup>1</sup> "Triangular and square-wave generator has wide range," by R.S.Burxteen, *EDN Magazine*, December 1, 1972.

周波数は A2 の飽和電圧と電源電圧の影響を受けます。しかし、式 (15) からわかるように、対称電源の変動の影響を受けにくく、個々の電源変動が 20 % に達したとしても、それによって生じる変化は数パーセント以下です。安定した受動部品を使用した場合は、 $\pm 0.02\% / ^\circ\text{C}$  の安定性を実現できます。コンデンサ C は、安定性のためと、三角波の線形性を保証するために、できればポリカーボネート・タイプを使用します。

周波数安定性は優れていますが、振幅安定性は、電源、出力トランジスタの飽和電圧、および負荷、あるいは温度による負荷変動に依存します。しかし、ほとんどのアプリケーションの出力は、ゲイン調整回路を付けています。振幅安定性が決定的かつ重要なときは、固定負荷の温度補償済みツェナー・ダイオードか、(変動しやすい場合は) 精密境界回路 (第 1 部参照) によって  $E_{O+}$  と  $E_{O-}$  を決定する必要があります。

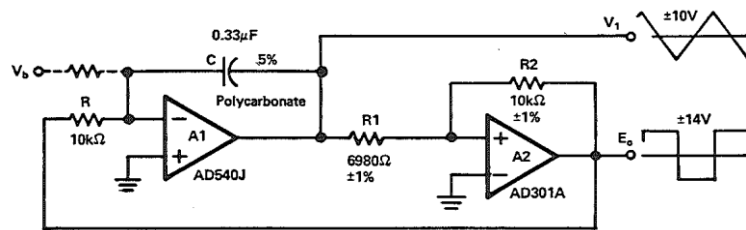


図 5: 実際の発振器回路

本来の矩形波と三角波、さまざまなパルス幅に加えて、2-1 項で述べた多様な関数フィッタに三角波ジェネレータの出力を供給することによって、サイン波を含む他の関数を生成することができます。台形波は、一連の境界回路に三角波出力を供給することによって生成できます。また、三角パルスは、不感帯を持っている回路に三角波を供給することによって生成できます (図 6)。指数応答は、単純なハイパスまたはローパス・フィルタを使用することで得られます。



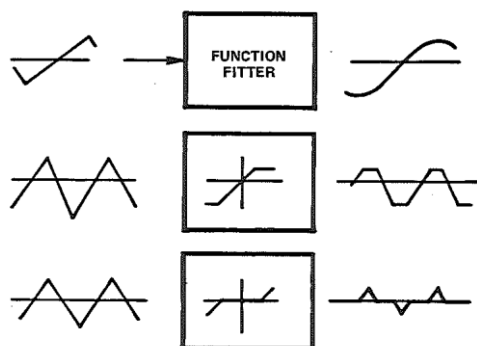


図 6: 整形された三角波: 任意波形、台形波、三角パルス

## ワンショット (図 7)

図 5 の回路にわずかな変更を加えれば、ワンショット回路が得られます。帰還コンデンサの両端に接続したダイオードは、A1 の出力が、A2 の出力を  $E_{O-}$  に切り替える際に大幅な負の値になってしまうのを防ぎます。負のアンプ入力に加えられる容量結合された立上がりロジック・パルスは、出力を  $E_{O-}$  に切り替えることによってサイクルを開始します。積分器の出力勾配は出力が  $V_{1+}$  に達するまで増加して、A2 の出力を  $E_{O+}$  に切り替えます。積分器の出力はその後再び減少を始め、ゼロをクロスして 1 個分のダイオード順方向電圧値だけマイナスの電圧で停止します。これで回路は次の開始パルス待ちの状態になります。駆動速度は、各サイクルを完了できる程度の十分に低い値にする必要があります、パルスもサイクル時間と比べて狭くする必要があります。

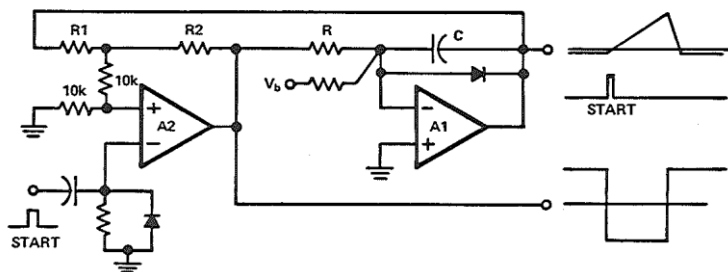


図 7: ワンショット・ファンクション・ジェネレータ

ランプ出力は、発生回数が 1 回のみの時間の任意関数を生成するために、関数演算回路への入力として使用することができます。ダイオード順方向電圧降下は、付随回路の入力段でバイアスによって相殺できます。下り勾配が必要ない場合は、A2 の状態変化によってスイッチを操作し、A1 の出力との接続を解除することができます（開始パルスによって元の状態に戻すことで再接続が可能）。

### サイン波発振器

関数フィッティング手法を用いることで、三角波を低歪みのサイン波に整形できることはすでに述べました。2-1 項に示したいくつかの平滑関数手法は、従来の区間線形ダイオード整形回路網よりも、はるかに正確なサイン波を作り出すことができます。これらの発振器の周波数、ならびに対称性が、電圧閾値と RC 時定数に依存することも上述のとおりです。

目的によっては（波形を低歪みで積分可能なものにする場合など）、周波数制御用の受動部品のみ依存する発振器がより望ましいと言えます。RC 回路を使う発振器のクラスには、ウィーン・ブリッジ、位相シフト発振器、ツイン T 型発振器、および状態可変発振器が含まれます。

この最後のタイプは、LC 回路をアナログ・コンピュータで構成したものです。これは負の帰還ループを備え、振幅制御を維持できるだけの適切なダンピング・ファクタを持つ 2 つの積分器で構成されています（図 8）。この発振器は、いくつかの興味深い特徴を備えています。第一に、積分器は  $90^\circ$  の位相シフトを持ち、発振周波数におけるゲインが 1 なので本質的に 2 相発振器であり、 $\sin \omega t$  と  $\cos \omega t$  の両方を生成します。第二に、2 つのアナログ乗算器または除算器は、それぞれ周波数または周期を決定する 2 つの係数を 1 つの電圧で設定、または変調することを可能にします。第三に、システムは、自走させたり、あらかじめ設定された初期状態によって決定されるサイクル内の任意の時点で開始させたりすることができます。そして第四に、ダンピングは、指数的に減少または増加する波形を生成するように設定できます。

自走（固定振幅）の場合は、わずかな量のダンピングを与えることで発振を大きくさせます。出力の 1 つが、振幅リファレンスと比較して設定されたレベルに達すると、ピークを抑えるようにダンピングを変えて発振の増分を弱め、その後続くピークを同じ振幅に維持します。これはある程度の歪みを生じさせますが、出力の 1 つに現れる前に積分（平滑化）され、さらに他方の出力に現れる前に再度積分されます

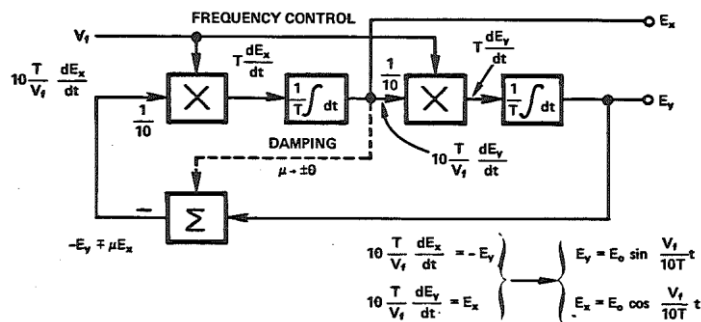


図 8: 周波数可変 2 相サイン波発振器のブロック図。

固定周波数の場合は乗算器を定数に置き換えます。

自走させない場合は、SET 内の積分器に初期条件を適用します。

加算点から 2 次フィルタ ( $\mu > 0$ ) として駆動する場合は、 $E_y$  がローパス出力、 $E_x$  がバンドパス、 $\Sigma$  の出力がハイパスです。

## 実際の 2 相サイン波発振器

すべての機能を 1 つのチップ上に集積した AD533 のような低価格の高性能 IC 乗算器が、電圧によって周波数を制御できる 2 相サイン波出力発振器の構築を可能にしました。周波数は、周波数掃引アプリケーション用に、乗算器のダイナミック・レンジに応じて広い範囲で変化させたり、固定周波数を中心として高い線形性を備えた周波数変調を行ったりすることができます。図 9 の例では、IC 乗算器が低コストのため使われていますが、帯域幅を拡大するには 429 のような広帯域乗算器を使用し、低周波域での精度と分解能を高めるには高精度乗算器を使用し、周波数をデジタル制御するには乗算型 D/A コンバータを使用することに、本質的な障害はありません。

図 9 に示す発振器<sup>2</sup>は DC 制御電圧を使い、10:1 の周波数範囲で同調可能な 2 相サイン波を出力します。出力振幅はツェナー・リファレンス・ダイオードによって約 7 Vrms に安定化され、周波数レンジにわたり 1 dB 以内に一定に維持されます。

発振器システムは、2 つの積分器 A1 と A2、および負の帰還ループを形成するユニティ・ゲインのインバータ A3 で構成されます。積分器の有効時定数 ( $T = \alpha RC$ ) は、1 組の乗算器 M1 と M2 によって変化します。これらの乗算器は、制御電圧の増加に伴って（実質的に）R1 と R2 のコンダクタンスを増加させる役割を果たし、結果として時定数を減少させ、固有振動数を増加させます。ゲインと位相の観点では、周波数  $f_n = 1 / (2 \pi \alpha RC)$  において  $\alpha = 1$  ( $V_f = 10 \text{ V}$ 、 $\alpha = V_f / 10 \text{ V} = 10/10$ ) のとき、両方の積分器には  $90^\circ$  の位相遅れがあり、ユニティ・ゲインとなります。乗算器もユニティ・ゲインとなり、3 つの符号は反転して、そのすべてが、 $f_n$  での（かつ  $f_n$  でのみ）ループ・ゲインが  $1/0^\circ$  であるように見えます。

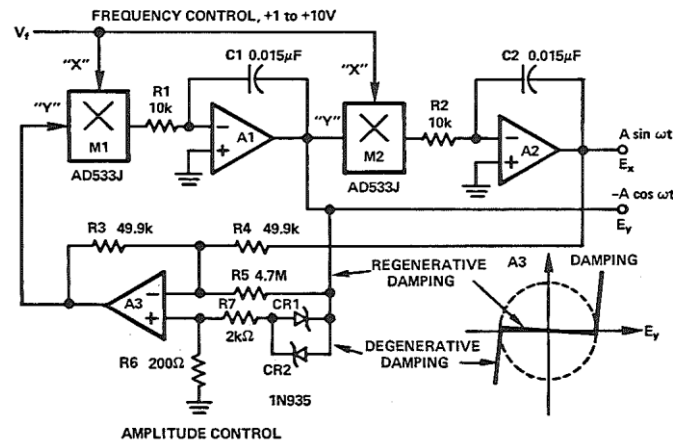


図 9: 図 8 に示す構成を実際的な構成にしたもの

発振を開始して、その繰返しを十分に保つために、A1 からの出力を R5 経由で A3 の入力へ供給することで、少量の正帰還を行います。これは、ツェナー・ダイオード CR1 と CR2 の一方または両方が、波形の先端で導通を開始して A3 の正入力を介した負の帰還量を増大させるまで、発振を大きくさせます。ツェナー・ダイオードはある程度の歪みを生じさせるので、正の帰還は、振幅を制御するために、大きな負の帰還量がなくても発振の大きさを適切な率に維持できる程度の十分に小さい値に保つ必要があります。（幸い、この小さい歪みは一度 A1 内で積分され、その後もう一度 A2 内で積分されるので、A2 の出力はきわめてクリーンであり、A1 の出力もオシロスコープ並みにクリーンです）

<sup>2</sup> "Frequency Modulator" by R.S.Burwen, Analog Dialogue, Volume 5, No. 5.

発振器は、回路に付記された定数値を使って 100 Hz ~ 1 kHz の範囲に同調することができます。余弦出力における歪みの計測値は、100 Hz で 0.74 %、1 kHz で 0.46 % でした。また、正弦出力での歪みは、100 Hz で 0.64 %、1 kHz で 0.18 % でした。歪み、特に同調レンジの下端部分での歪みは、乗算器内の非線形フィードスルーの影響をある程度受けます\*。乗算器の非線形性とドリフト（低価格の IC 使用時）は、有効同調レンジを制限します。

この設計を、固定周波数を中心とする周波数変調で動作するように変更するのは容易です。例えば、 $V_f$  ( $\pm 10$  V レンジ) によって直線的に制御される周波数変動を  $\pm 10$  % として 1 kHz で動作させるには、R1 と R2 を 100 k $\Omega$  に変更して、A3 の出力と A1 の入力の間、および A1 の出力と A2 の入力の上に 10 k $\Omega$  抵抗を追加します。

### 掃引回路

線形掃引は、三角波ジェネレータの出力のように通常は帰還ループ内の積分器によって生成されますが、線形リトレースの代わりにスイッチを通じてコンデンサの電荷を「放電」することによって、迅速な戻りが得られます。リトレース中は何も表示されないか（オシロスコープ）、リトレース時にはペンをオフにしておきます（レコーダ）。

非線形掃引は、いくつかの目的に適しています。例えば、周波数掃引計測では、掃引を対数的にするか、周波数可変発振器を制御するために指数入力を与えることによって、周波数を指数的に変化させることができます。

\* この歪みは、3-2 項で述べたように、「クロス・フィーディング」手法を使って乗算器の線形性を改善すると、減らすことができます。

(時間の増分が等しいということは周波数の比が等しいということなので、通常の線形表示掃引を使用できます。) 高周波側から開始するこのような掃引は、ステップに簡単な RC 結合素子を通過させると行うことができます(図 10)。出力は  $V_{in}e^{-t/RC}$  で、周波数の制御に使用すると、周波数は同じ時間内に同じ比率で減少します。

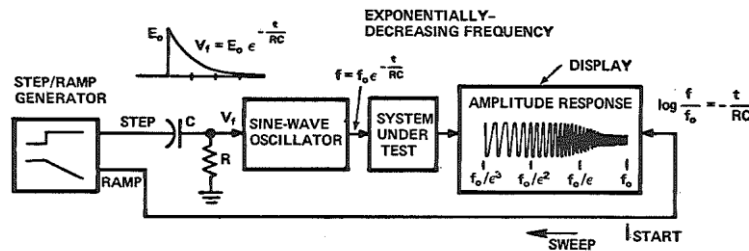


図 10: 周波数応答計測のための対数掃引の使用

この例とこの章全体を通じ、「周波数」の変化率は制御対象周波数での変化に比べて非常に遅いので、波形は変化しないと仮定してもほとんど問題ないことが暗黙の前提になっています。この章では解析ではなく手法について述べるので、明確に相互理解するために、読者が数学的な意味を理解し、その結果を扱えることが前提となります。周波数は、そのような相互理解の状況の中で、段階的に定義する必要があります。ただし、回路は、その動作を示す数学の複雑さに関係なく正常に機能します。

## アナログ回路とデジタル回路の結合

クロック・ジェネレータからのパルス列により駆動されるカウンタを使って D/A コンバータを駆動することで、振幅と周波数を高い精度で維持した線形掃引を、任意の分解能で、コンデンサとアナログ・コンパレータの特性に依存することなく生成することができます。クロックは、水晶制御や、より簡単な回路にすることも可能です。水晶制御の場合は、カウント・ダウンを行うか、バイナリ・レート乗算器を使用することによって周波数を調整します。

周波数は、クロック・レートと使用した合計カウント数の比だけに依存し、振幅はコンバータの出力でスケーリングできます。コンバータが乗算タイプの場合は、掃引振幅は電圧によってスケーリングできます。速度の上限は、最大クロック・レート、分解能、およびコンバータの設定時間によって決まります。コンバータ回路は「グリッチ・フリー」でなければなりません。つまり、メジャーキャリー遷移点（例えば 01111 から 10000 への遷移）に大きなスパイクが発生しないようにする必要があります。

フィルタリング機能の有無に関わらず、適切な分解能のデジタル生成掃引は、アナログ関数フィッタ回路（2-1 項）に適用して、純粋なアナログ掃引を適用した場合と同じように、任意形状の波形を生成することができます（図 11）。多くの場合、これはコストをより低く抑えるのに適した方法であり、読出し専用メモリ（ROM）を使用して整形を行う方法よりも高い融通性が得られます。さらに、ROM 同様、完全にシステムの時間制御の下に置かれるという追加的な利点が見込まれます。これはクロック周波数に従属するだけでなく、簡単なロジック回路を使って開始、停止、無期限保持、およびリセットを行うことができます。これは、シンプルさ、低コスト、および多用途性を特徴とするもので、アナログ技術とデジタル技術の最も良い部分を組み合わせた好例と見なすことができます。

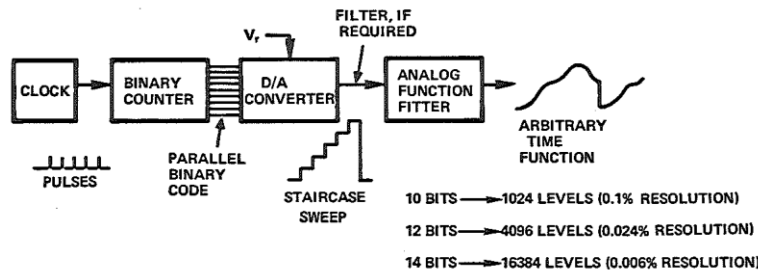


図 11: デジタル・クロックに同期した任意のアナログ波形

## 電圧／周波数変換

図 3 と 図 5 の回路は、ある意味では電圧／周波数変換回路ですが、いくつかの制限があります。その中でおそらく最も重要なのは、連続変化の範囲が最良でも 100 : 1 に制限されていることです。また、コンデンサの電荷を「放電」させる何らかの手段がないと、簡単に同期することができません。

図 12 はより高度な回路で、1 : 10,000 の分解能と非線形性に対応しており、ゲイン安定性（外部リファレンス使用時）は 10 ppm/°C 以内で、DC 電源に対する感度は実質的に無視できます。この回路は、出力が同期された 100 kHz クロックで動作します。0 ~ -10 V の入力変化に対し、出力周波数は 0 ~ 50 kHz の範囲で比例的に変化します。同期された 50 kHz のパルス列を、周波数リファレンスとして使用することもできます。

$$f = 5 \times 10^4 \left( \frac{V_{in}}{-V_r} \right) \quad (18)$$

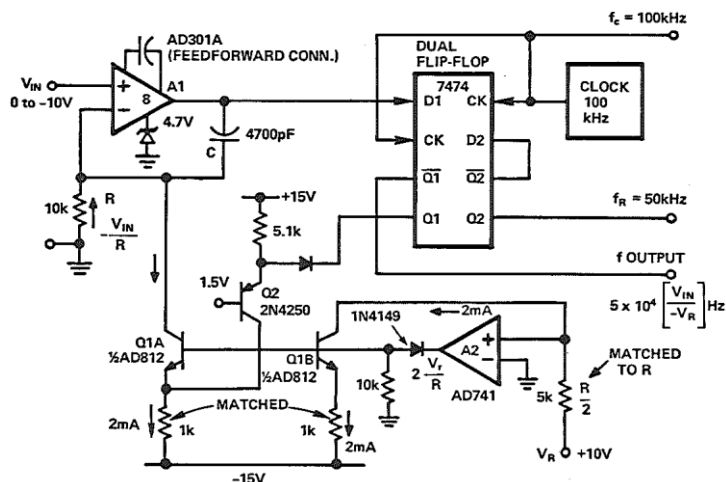
AD301A アンプは線形モードで動作します。つまり、負の入力端子は正入力の電圧をトラッキングします。したがって、R を通る電流は  $V_{in}/R$  に等しく、コンデンサに向かって流れます。Q1A はコレクタ電流がゼロまたは  $V_r/2R$  に等しいスイッチング・トランジスタで、電流はコンデンサと反対の方向へ流れます。Q1A がオンになるとコンデンサは  $(2V_r + V_{in})/R$  の正味電流で充電され、Q2 がオフになるとコンデンサは  $-V_{in}/R$  の電流で放電します。したがって、Q1 の充電ごとに平衡状態を維持するには、放電に費やされる等時間の間隔数が、 $(2V_r + V_{in})/(-V_{in}) = -2V_r/V_{in} - 1$  でなければなりません。各間隔が  $10 \mu s$  の場合、充放電サイクルあたりの合計時間は  $10 \mu s (1 - 2V_r/V_{in} - 1) = -20V_r/V_{in} \mu s$  です。ここで、各充放電サイクルがパルスが発生させる場合、1 秒あたりのパルス数は、(18) に示すように  $5 \times 10^4 (-V_{in}/V_r)$  になります。

フリップフロップの出力 Q がローの場合は Q2 のエミッタ電圧がベース電圧より低くなり、Q2 はオフになります。Q1A と Q1B のベースは一緒に駆動され、エミッタ回路が同じなので、これらのコレクタ電流はかなり正確に追従するはずです。したがって、Q1A のコレクタ電流は  $2V_r/R$  に等しいはずです。フリップフロップの出力 Q がハイのとき、Q2 は導通可能です。Q2 はエミッタ抵抗を通じて Q1 のエミッタ電圧をベース・ラインより高くするのに十分な電流を供給し、コレクタ電流をオフにします。



A1 の出力がフリップフロップの D 入力の閾値よりわずかに低い場合は、常に、次のパルスによって Q (回路の出力) がハイになります。また、この場合は Q1A に電流が流れ、電荷が大幅に増えることで A1 の出力が  $\Delta V_1 = I_1 \Delta t / C$  だけ上昇します (ここで、 $I_1 = (2V_r + V_{in}) / R$ )。次のクロック・パルスは A1 の出力がハイであることを認識し、 $\overline{Q}$  がローになって Q がハイになり、Q1A を流れる電流を遮断します。この間の電荷の減少は、 $\Delta V_2 = I_2 \Delta t / C$  です (ここで  $I_2 = V_{in} / R$ )。次のクロック・パルスでは、 $V_{in} = -10\text{ V}$  の場合を除いて A1 の出力は依然としてハイであり、 $\overline{Q}$  がロー、Q がハイのままになって、電荷をさらに減少させます。このプロセスは A1 の出力が再度 D 入力の閾値よりわずかに低くなるまで繰り返され、1 つのサイクルが完了すると新しいサイクルが開始されます。

$V_{in} = -10\text{ V}$  の時は充電回数と放電回数が等しく、出力レートは  $50\text{ kHz}$  です。フリップフロップの後半部分は 2 ずつカウント・ダウンするので、リファレンス・パルス列も  $50\text{ Hz}$  となります。



**図 12: 高精度同期電圧／周波数コンバータ**

## まとめ

この章では、ファンクション・ジェネレータの一般的な概要を示し、特に有用ないくつかの回路を詳述することに努めました。その目的は、線形および非線形アナログ・デバイスの相互補完的な役割と、それらとデジタル回路との有効な組み合わせの可能性に重点を置きながら、特定用途向け関数の生成に対する関心を引き起こすことにあります。



### 2-3 計測器とデータ・アクイジション

データ・アクイジション・システム用の計測器と「フロント・エンド」回路の設計は、非線形演算デバイスのユーザーにとって、おそらく最も有望な収益が見込める分野でしょう。

この章で述べる回路は、オペレータが直接読み取ったり、それ以上の解釈を求められることなくデジタル化されて離れた場所にある制御センターへ転送されたりする、アナログ情報を生成します。ここで取り上げるアナログ・データ削減回路はシンプルで、程度の差はありますが広く応用することができます。2-5 項に示す計測および制御回路の取り扱いとの密接な関係性は、この章の内容を補完する役割を果たし（多少重複あり）、基本的な形態はある程度似ています。しかし、この章の内容にはより派生的なアナログ演算が含まれており、より特別な状況に適用される傾向にあります。

#### アナログ・データ削減

ここで述べる構成の第一の目標は、アナログ技術によってデータを削減することです。ここで言うデータの削減とは、1 つまたは複数のアナログ入力から重要な情報を抽出して、それを、コンパクトで意味のある、適切なペースのデータとして（人間の目やインターフェースに）送り出すことを意味します。

1 変数の場合、データ削減は、ピーク値、平均値、RMS 値、平均二乗値、または大量に存在する個々のデータ・ポイント内における一貫性のあるその他の値を抽出することで行われます。プロセスが固定的なものである場合は平均が使われ、ワンショットの場合はピーク値、積分値、あるいは最終値が必要とされます。通常、計測が非線形の場合は線形化する必要があり、広範囲にわたる場合は圧縮する必要があります。

計測データが多数の変数で構成されている場合は、さらに多くの組み合わせが順次行われます。すなわち、加算と減算（線形、ベクトル、または平方根）、比または積（線形、対数、その他）、マルチプレクシングなどです。

削減されたデータは、アナログまたはデジタル・パネル・メーターで読み取られます。それらのデータはデジタル化されて（指示値も提供するデジタル・パネル・メーターなどによって）、SERDEX\* などの何らかの適切なシステムを介し、デジタル形態でリモート制御ステーションに送られます（さらに処理を行ったり、テレタイプや CRT 端末にリモート出力するため）。

図 1 は、*A/D 変換ハンドブック (Analog-Digital Conversion Handbook)*<sup>1</sup> によく見られる 1 チャンネルのデータ・アキュイジション・サブシステムを示したものです。このハンドブックでは、プリアンプ増幅、接地、変換、サンプル & ホールド、およびアナログ・マルチプレクシングに多くのスペースが割かれていますが、この章（および関連する章）では、特定のニーズに合わせてアナログ・データをより有用な形態に変換するブロックを取り上げます。

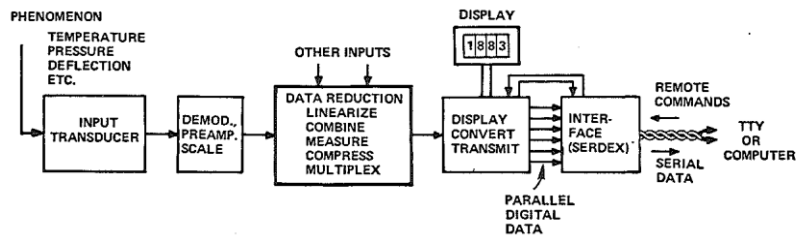


図 1: 代表的なデータ・アキュイジション・チャンネル

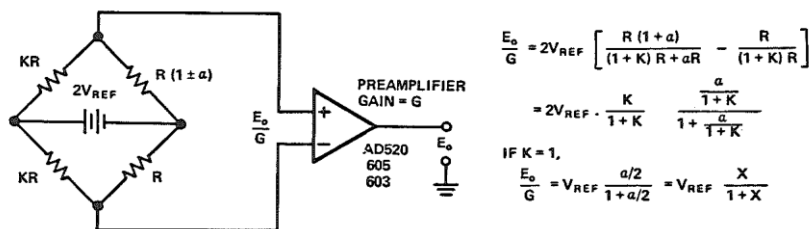
\*SERDEX: SERial Data EXchange（アナログ・デバイセズの商標）。変換プロセスを簡単に制御し、テレタイプ・キーパッド（または BASIC などの高水準言語でプログラムされたコンピュータ）の制御の下に、簡単なツイストペア線を使用した絶縁電流ループを介して、データとコマンドをシリアル ASCII 形式で伝送するための手段です。このハンドブックの範囲に厳密に限定されるものではありませんが、ハードウェア指向のアナログ／デジタル・システム設計者にとって非常に有用な手段となる可能性を秘めています。データとアプリケーションに関する詳細な情報は、アナログ・デバイセズから入手できます。

<sup>1</sup> *Analog-Digital Conversion Handbook*, edited by D.H.Sheingold, Analog Devices, Inc., 1972, 402pp.

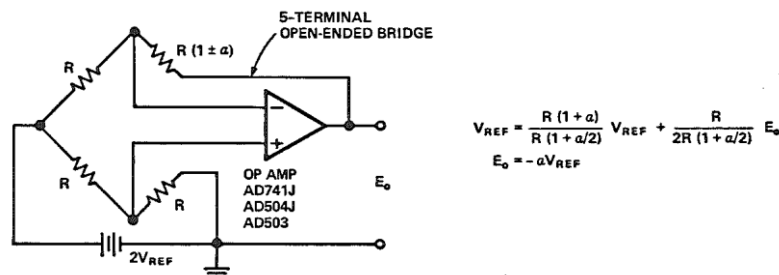
## 線形化

システム設計者は、計測の便利さと、計測した情報の取り扱いに関する便利さの間で、経済的なバランスを取る必要があります。最も簡単で最も便利なトランスデューサでは、計測する変数と電気的出力の関係が非線形であることが少なくありません。線形トランスデューサは、使用できたとしても、最終的には感度が低い、コストがかかる、あるいは実装が難しいといった問題に悩まされることがよくあります。線形化を行えば、通常は使われない非線形領域を使うことによって、より高い感度を得ることが可能になります。

例えば、さまざまな圧力、力、歪み、電気的計測に使われる 4 端子デバイスであるホイートストン・ブリッジは本質的に非線形で（図 2a）、その非線形性は感度とともに増大します（例えば、 $K=1$ 、 $\alpha=-1$  で 50 %）。1 辺を開き、読出し用オペアンプを使用してブリッジの一部を駆動すれば、線形応答を得ることができます（図 2b）。



a. ホイートストン・ブリッジの非線形応答



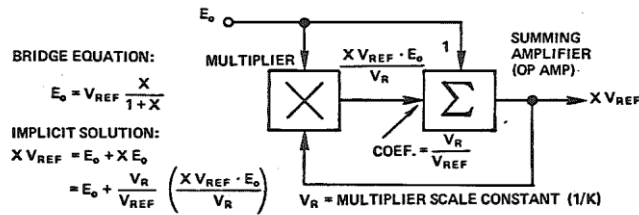
b. オペアンプを使った線形のブリッジ

図 2: 非線形ブリッジ回路と線形ブリッジ回路

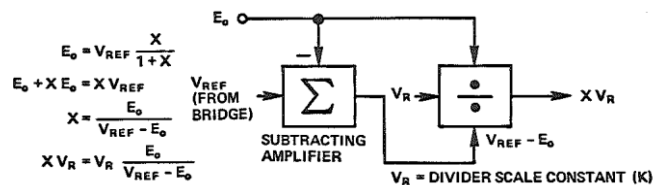
しかし、いくつかの大きな代償があります。第一に、必ずアンプを使用しなければなりません（これに対し、ホイートストン・ブリッジの計測値は受動アナログ・メーターで読み出すことができます）。また、端子が 5 個必要で、アンプとトランスデューサを接続するケーブルがループの安定性に影響を及ぼします。さらに、ゲインが必要な場合は追加のアンプが必要です。そして最後に、4 端子ブリッジは安価で普及しており、多くのトランスデューサの標準となっています。そのため、トランスデューサ・レベルでは設計者に選択の余地はありません。

幸い、ブリッジの非線形性は単純な数学的關係によって記述され、2-1 項に示したように、乗算器とオペアンプを使用することによって完全に補償できます。最も簡単なアプローチは図 3a の構成を使用することで、この場合は、ブリッジの非線形関数の逆関数を得るために陰的帰還を使います。これには、純粋な線形項と補正項を加算するという利点があります。除算器を使って逆関数を直接計算することも可能です（図 3b）。このアプローチは除算器をうまく利用していますが（分母の最大ダイナミック・レンジは 3:1 に過ぎない）、変化の全範囲にわたって除算器の本質的な線形性に依存しています。フルスケール ( $\alpha = 1, K = 1$ ) では、補正項は出力の 50 % なので（図 3c）、図 3a の回路における乗算器の非線形性は実際には 50 % 減少しますが、除算器の非線形性は減少しません。一方で、（分母の） $V_{REF}$  が実際のブリッジ・リファレンス電圧の場合、除算器回路はリファレンス電圧の変化も補償します。

補正項は、 $\alpha$  によって表される抵抗変化範囲の部分を表現するために、スケーリングする必要があります。通常、トランスデューサは、線形化の必要がないように、ブリッジのレンジの最も線形な部分で動作するように選ばれます（ $\alpha$  が小さく  $K$  が大きい、または  $\alpha$  が大きく  $K$  が小さい）。しかしこれは、線形性のために感度と S/N 比を犠牲にすることを意味します。その理由は、いずれにしても出力は電源電圧のわずかな部分だからです。線形化の大きな利点は、（非線形性が顕著でも）より敏感なブリッジを使用する見込みが立つことで、この場合は、ブリッジ電源電圧と同等の大きさの出力を提供するのに、可変抵抗の範囲がゼロから固定抵抗の 200 % 以上にまで及ぶことがあります。

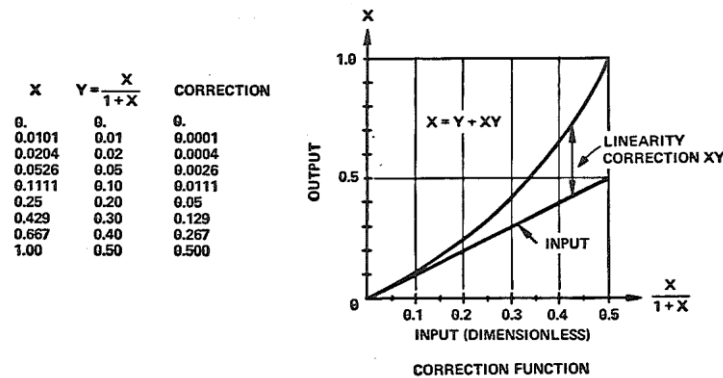


a. 陰的解法を使用するブリッジ線形化回路



b. 除算器を使用するブリッジ線形化回路。

この比例回路のゲインは  $V_{REF}$  非依存にできることに注意してください。



c. ブリッジ線形化関数を表す表とプロット

図 3: ブリッジ線形化回路

高レベル信号の場合、プリアンプが必要ないことは明らかです。ブリッジ電源がフローティング電源の場合は、乗算器と加算アンプをシングル・エンドにすることができます。ブリッジ電源がシステム・グラウンドに戻る場合は、差動入力のアンプと乗算器を使用できます。

しかし、ブリッジの線形化だけでは十分ではありません。暗黙の前提は、抵抗変化  $\alpha R$  が、抵抗の変化を引き起こす主要変数に比例するというものでした。しかし、抵抗変化  $\alpha$  自体が、この主要変数の非線形関数である場合はどうでしょう。設計者には 2 つの選択肢があります。ブリッジ関数と抵抗関数を別々に線形化するか、応答全体を線形化するかどちらかです（図 4）。前者には、標準的な回路を使用できる、予測可能な非線形性（通常は大きなもの）を直ちに解消できる、という利点があります。また、後者には、回路がより単純でコストもかからないという利点があります（ただし、セットアップ・コストは大きくなる可能性があります）。どちらのアプローチでも、設計者は、線形化する関数の逆関数に対して平滑近似または区間線形近似を行う関数フィッティング（2-1 項）を使用することができます。

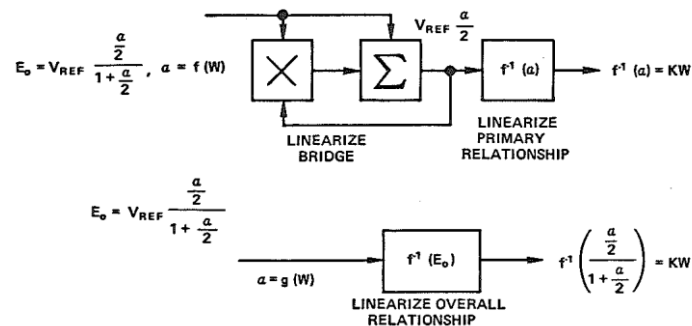


図 4: 偏差が主要変数（W）の非線形関数である場合に  
ブリッジ・トランスデューサ計測を線形化する 2 つの方法

## 線形化の例：熱電対

図 5 には、ニッケルクローム×銅ニッケル（クロメル・コンスタンタン）熱電対の温度と出力電圧の関係<sup>2</sup>を表形式で示したデータが含まれています。基準接点温度は 0°C、温度範囲は 0 ～ 661.1°C（0 ～ 50 mV）です。プロットからは、約 340°C 付近から 650°C を超えるまでは、出力が  $\pm 1^\circ\text{C}$  の直線であることがわかります。低温域では直線からの偏差が増加し、ゼロ出力時にはその値が約 40°C に達しています。

<sup>2</sup> 表の数値は、米国規格基準局（National Bureau of Standards）のデータに基づいて Omega Engineering, Inc., (Stamford, Connecticut 06907) が発行した *The Omega Temperature Measurement Handbook*（オメガ温度計測ハンドブック、1973 年）の A-9 ページに示す表データに基づいています。



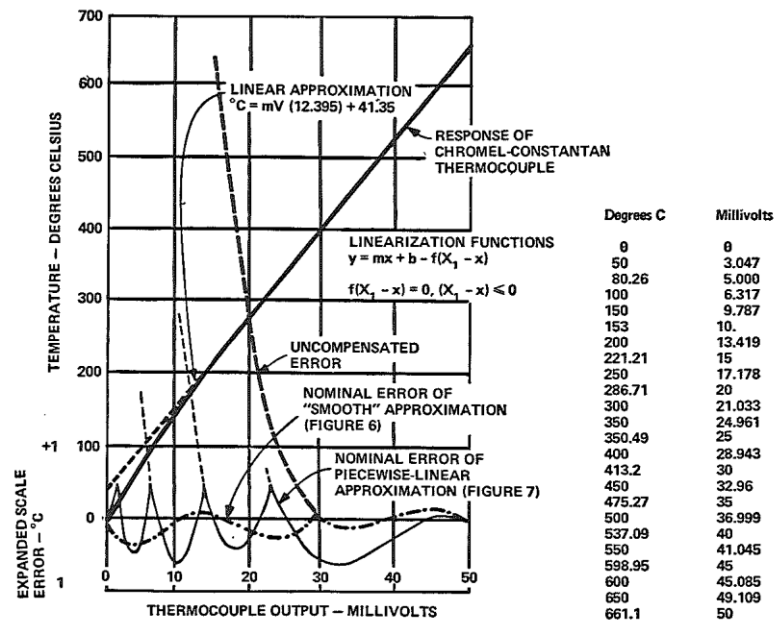


図 5: 2 つの異なる線形化関数を使用した場合の非線形熱電対の応答と理論的残差

何らかの理由で、このデバイスを使い指定温度範囲で  $\pm 1^{\circ}\text{C}$  以内の線形温度計測を行う必要がある場合は、線形化回路を使って、熱電対のミリボルト出力 (mV) で与えられる温度に比例した出力電圧を得る必要があります。プリアンプ増幅に続いて、2 つのアプローチ、すなわち平滑フィットまたは区間線形フィットを使用し、低温域の非線形性を補償することができます。3 次平滑フィット、および 5 区間線形近似で生じる誤差の例を図 5 に示します。

どちらのケースでも、次式に示す演算によって必要な応答がフィットされます。

$$^{\circ}\text{C} = \underbrace{(\text{slope})(mV) + (\text{intercept})}_{\text{線形部分}} - \underbrace{f(mV_0 - mV)}_{\text{補正}} \quad (1)$$

閾値  $mV_0$  より大きい  $mV$  の値については、補正項はゼロです。どちらのケースでも、「ブレークポイント」がこの状態を強制します。ここで考えるケースに限って言えば、図 5 の理論的誤差プロットを示す補正関数は以下のとおりです。

$$f = 0.2391(28.943 - mV) + [0.09464(28.943 - mV)]^{3.512} \quad (2)$$

および

$$f = 0.6356(23 - mV) + 1.021(13.419 - mV) + 1.473(6.317 - mV) + 1.17(1.495 - mV) \quad (3)$$

どちらの式でも、かっこで囲まれた項の係数は、かっこで囲まれた項が正であれば正で、負であればゼロになります。(2) に相当する回路を図 6 に、(3) に相当する回路を図 7 に示します。わずかに異なる複数の係数を線形部分に使うと、フィッティング・プロセスの助けとなります。指数部分には誤差を減らすために  $(12.395)(mV) + 41.35$  を使い、区間線形部分にはブレークポイントの数を減らすために  $(12.424)(mV) + 39.88$  を使います。

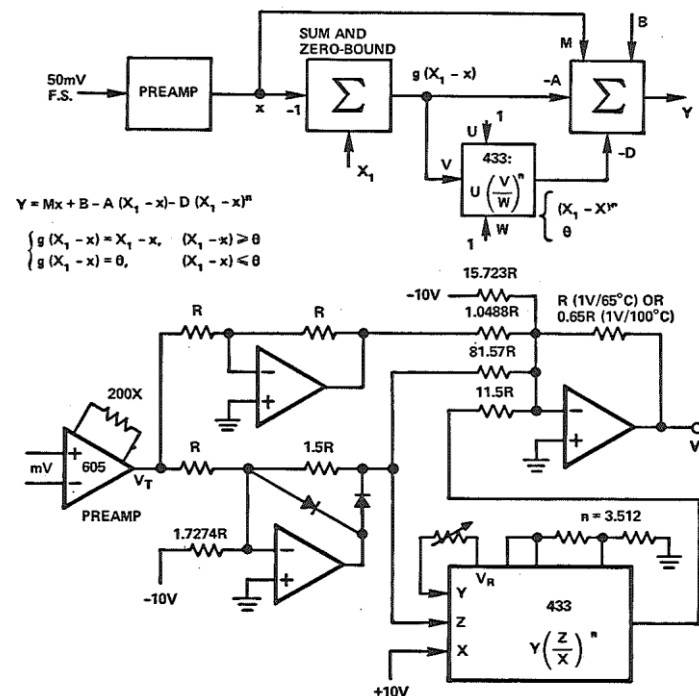


図 6: 線形化のためのブロック図と回路—平滑近似使用時

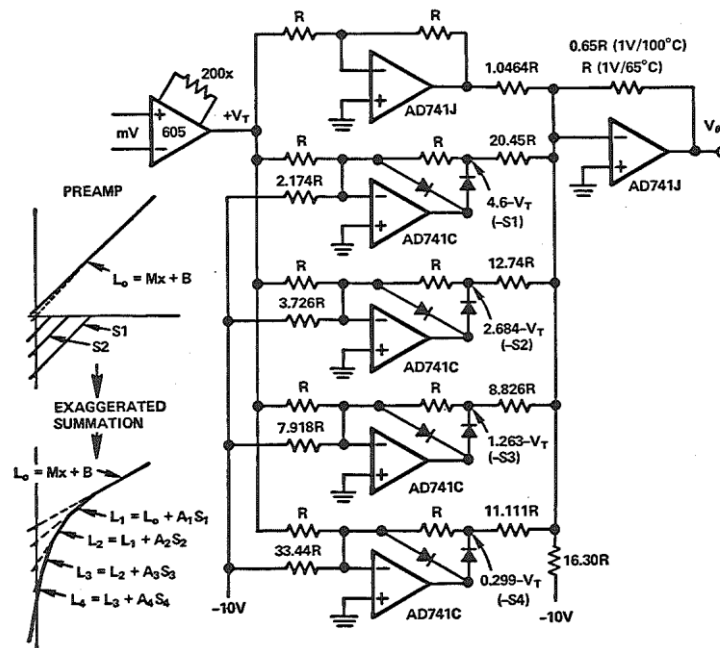


図 7: 線形化のための回路—区間線形近似使用時

プロットに対する値の計算は、理想的構成にとって計算誤差が無視できるものになるほど十分な数の場所を使って行います。ただし、ほとんどの実用回路では、許容誤差が(2)および(3)の数値よりかなり大きくなる可能性があります。関数は、2-1 項に示す手法を使ってフィットされました。したがって、そこに述べられているように、次のステップは、電氣的スケーリング、標準的な回路値、およびデバイスの許容誤差を求めることです。

式 (4) と (5) は 2 つのケースを電氣的にスケーリングした式で、ゲイン 200 のプリアンプを使って線形化回路の入力を 1V/5mV に増幅すると仮定しています。出力のスケール・ファクタは 1V/65°C です\*。図 6 と 7 の抵抗値は、必要なゲイン関係を提供するのに必要な標準値です。式 (4) の後に示す表は、この式を 0.13°C (つまり 2 mV) 未満の誤差寄与率で実体化するために必要な許容誤差をリストしたものです。V<sub>θ</sub> はスケーリングされた出力電圧で、V<sub>T</sub> は同じくスケーリングされた熱電対電圧です。

$$V_{\theta} = 0.9535 V_T + 0.6362 - 0.01226(8.6835 - 1.5 V_T) - (0.087) (10) \left[ \frac{8.6835 - 1.5 V_T}{10} \right]^{3.512} \quad (4)^{\dagger}$$

(4) の各項の許容誤差は微分 ( $\partial V_{\theta} / \partial A_i = S_i$ ) で決定されます。微分時は  $\Delta V_{\theta} = 2 \text{ mV}$  に設定して  $\Delta A_j / A_j = 2 / A_j S_{i\max}$  について解き、切り下げます。得られる値は以下のとおりです。

0.9535	0.02%
0.6362	0.3%
0.01226	1.5%
8.6835	0.1%
1.5	0.3%
0.87	0.35%
10 (denom)	0.1%
3.512	0.8%

図 6 の「理想ダイオード」制限回路は、カッコ内の項が負のときはその項が寄与項とならないようにします。

式 5 は、区間線形近似のためにスケーリングされた方程式です。誤差は指数近似の場合より「波が高」く、注意すべき回路詳細も多くなりますが、回路は反復的なもので、許容誤差は多少広がります。

\*このスケーリングは、フル出力レンジを使用できるという利点が見られるように選ばれました。フルスケール・レンジを利用しないとしても、100°/1V のスケール・ファクタによって、3 桁または 4 桁のパネル・メーターで温度を直接指示することが可能になります。これは、出力を適切な値に減衰させることにより、さらに変更を加えなくても実現することができます。

†この式は式 (2) を正規化し、さらに正規化した式と正規化した電気方程式が等しいものとして、それにより最終的に電圧と定数が一定の値となることによって得られます。それ以降のステップは、非線形デバイスのフルスケール・レンジの大部分を使用するのが有利であることを確認するためのものでした。これを行うために差分項に 1.5 を掛けて割ると、より大きな入力電圧と小さな全体係数が得られます。指数項の定数は、Z が唯一のアクティブ入力であるアプリケーションにおいて、Y (Z/X)<sup>m</sup> デバイスに必要な 10 V の分母と 10 V の入力乗数を得るために操作されています。

$$V_{\theta} = 0.9557V_T + 0.6135 - 0.0489(4.6 - V_T) - 0.0785(2.684 - V_T) \\ - 0.1133(1.263 - V_T) - 0.09(0.299 - V_T) \quad (5)$$

式 (5) の各項の許容誤差は以下のとおりです。

0.9557	±0.02%
0.6135	±0.3%
0.0489	±0.75%
4.6	±0.8%
0.0785	±0.9%
2.684	±0.9%
0.1133	±1.2%
1.263	±1.2%
0.09	±5%
0.299	±5%

上の値であれば、いずれの項においても誤差は ±2 mV 未満となります。二乗和平方根誤差とした場合は 6.3 mV (0.41°C) 未満です (±0.6°C の理論的誤差が許容されます)。回路素子に適用される許容誤差は、抵抗比のミスマッチと、時間および周囲温度に伴うアンプ、抵抗、リファレンスのドリフト変動、さらにはスケール・ファクタ、ドリフト誤差、および指数演算デバイスの形状誤差 (モデル 433 を図 6 の  $Y (Z/X)^m$  として使用する場合など) を考慮に入れる必要があります。

関数フィッティングの練習として、曲線プロット時の値に注意するのは興味深い方法です。原点からの直線的な傾斜から開始して、数値的に最適なフィットを行うことによって関数をフィットするのは自然なように思われますが、このケースでは逆であることが分かります。プロットからは、直線からの外れ方が最も大きいのは原点であること、そして、オフセットして「非線形の原点」に後戻りするのが最も有効なアプローチであることがすぐにわかります。

## 振幅圧縮

中程度の周波数成分で幅広い変動を伴うアナログ計測の結果を、振幅情報を拾ったり消失したりするおそれのあるノイズの多い中継媒体を介してある程度離れた場所で使用できるようにしなければならない場合、設計者にはいくつかの選択肢があります。一般的なものを以下に挙げます。

### 1. 周波数変調された信号として伝送する

2. デジタル形式に変換してシリアルまたはパラレルで伝送する
3. 対数圧縮とアナログ伝送
4. 対数圧縮とデジタル伝送

これらの選択肢に関する一般的な意見として、以下のものが挙げられます。

1. 周波数変調は、信号のダイナミック・レンジと周波数成分に応じて、広い帯域幅と高い線形性を備えた変調と復調を必要とします。DC レベルが重要な場合は、高精度の位相または周波数リファレンスが必要です。
2. A/D 変換には十分な分解能が必要です（ダイナミック・レンジ 10,000:1 の最小信号で、誤差を 30 % 未満とする場合は 16 ビット）。シリアル（2+ ワイヤ）転送には、十分なサンプリング・レートと帯域幅、および安定したクロックが必要で、パラレル転送には多くのワイヤが必要です。代替手段はすべてコストがかかるものですが、ビットレートが十分であれば、SERDEX（88 ページ参照）は他のほとんどのものより便利です。
3. 対数圧縮は低コストで実装することができます（図 8）。圧縮された信号の S/N 比は、ノイズ・レベルと対数スケーリングの選択のみに依存し、本質的に、広いダイナミック・レンジにわたる信号レベルには依存しません。帯域幅要件は、圧縮形態のアナログ信号のものです。この圧縮プロセスは小信号と大信号のどちらの伝送にも同様に適していますが、より大きな信号に乗っている小信号成分に対する感度は基本的に高くありません。つまり、いかなる場合も S/N 比は振幅に依存しません。

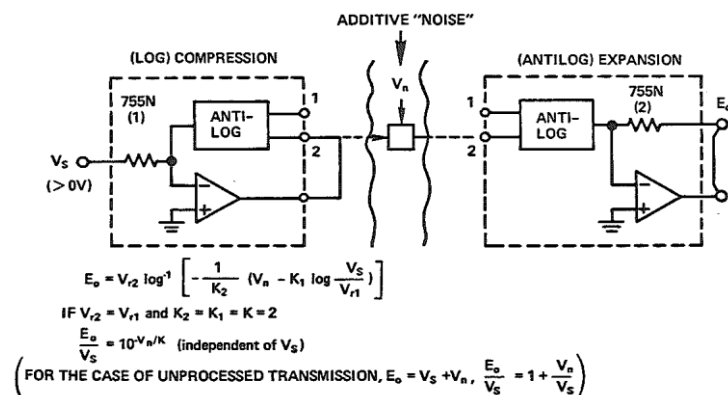


図 8: 伝送信号のダイナミック・レンジ改善のための対数圧縮

4. デジタル伝送と組み合わせた対数圧縮（図 9）では、誘導ノイズがロジック閾値未満に止まる限り、S/N 比が大幅に向上します。圧縮のその他の利点は、必要なデジタル分解能が下がることです。10,000:1 のダイナミック・レンジでは、12 ビット・コンバータを使い、任意のレベルで実際の値の 1 % 以内の分解能を容易に実現できます。コスト削減だけでなく他にも、ワイヤ数を少し減らしたり（パラレル伝送）、速度を向上させたり（シリアル伝送）できるという利点があります。

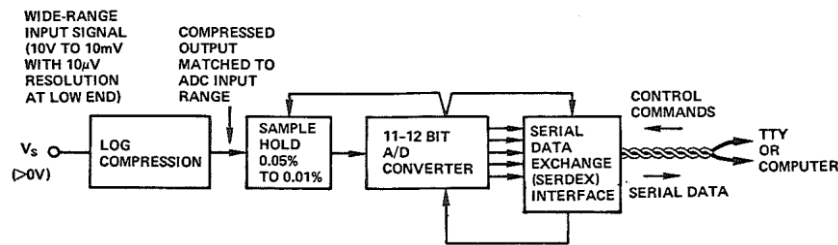


図 9: 対数圧縮は、広いダイナミック・レンジを持つ信号を中程度の分解能でデジタルに変換し、標準のツイストペア線を使用するノイズ耐性の高い 20 mA の電流ループを介して、デジタル伝送することを可能にします。

対数圧縮プロセスにはモデル 755N のような対数演算器が必要です。モデル 755N は  $-K \log_{10}(V_s/V_r)$  を計算します。ここで  $K$  は（ディケードあたり）1 V または 2 V とすることが可能で、 $V_r = 0.1$  V です。信号がこの対数形式（ $K = 2$ ）で伝送される場合、 $V_s$  の 10,000:1 のスパンは、圧縮出力で 8 V のスパンに変換されます。1 ~ 10 V の入力振幅により 2 V の出力変化が生じ、1 mV ~ 10 mV の入力振幅でも同様の変化が生じます。したがって、高レベル信号は減衰されて（平均ゲイン =  $2/9 = 0.22$ ）、低レベル信号は増幅されます（平均ゲイン =  $2/0.009 = 222$ ）。外部から拾うノイズや伝送中に発生するノイズは、対数圧縮された信号に加わります。小信号では S/N 比が大幅に改善されることは明らかです。

受信端では、モデル 755N を逆対数演算器として使い（必要に応じて、同相誤差除去のためにディファレンス「計装」アンプを使用可能）、逆演算を行います。 $V_r (10)^{V_{in}/K}$ . 表 1 は、スプリアス瞬間「ノイズ」電圧  $V_n$  が存在する状態で、瞬間電圧  $V_s$  に何が起こるかを示しています。ここでは、理想的な（またはマッチングされた）対数適合性が得られているものとします。つまり、 $V_r$  がマッチングされていて、 $K$  はユニティ・ゲインが得られるように調整されているものとします。対数圧縮時の S/N 比は、圧縮なしの場合の値と比較されます。

S/N 比はノイズ・レベルだけに依存すること、および信号が 1 mV でも 10 V でも 10 mV のノイズは同じ比率で除去されることが容易にわかります。線形伝送は、高レベルでは非常に高い効果を発揮しますが、低レベルではほとんど効果がありません。表 2 は表 1 から抽出（して補間）したのですが、さまざまな S/N 比レベルを選択したときに得られるダイナミック・レンジを比較できます。

表 1: ノイズが存在する状態での応答

$V_s$ sig.	$-K \log(V_s/V_r)$ $V_T$	$V_n$	$V_n + V_T$	$E_o$	$ E_o - V_s $ error	S/N log	S/N lin.
1mV	+4V	- 1mV	+3.999V	1.001mV	1.15 $\mu$ V	868	1
		- 10mV	+3.99V	1.012mV	11.6 $\mu$ V	86	0.1
		+100mV	+4.1V	0.891mV	0.11mV	9.2	-
		-100mV	+3.9V	1.12 mV	0.122mV	8.2	-
		+ 1V	+5V	0.32mV	0.7mV	1.5	-
		- 1V	+3V	3.16mV	2.2mV	0.5	-
10mV	+2V	- 1mV	+1.999V	10.01mV	11.5 $\mu$ V	868	10
		- 10mV	+1.99V	10.12mV	116 $\mu$ V	86	1
		-100mV	+1.9V	11.22mV	1.22mV	8.2	0.1
		- 1V	+1V	31.6mV	22mV	0.5	-
100mV	0V	- 1mV	-0.001V	0.1001V	115 $\mu$ V	868	100
		- 10mV	-0.01V	0.101V	1.16mV	86	10
		-100mV	-0.1V	0.112V	12.2mV	8.2	1
		- 1V	-1V	0.316V	0.22V	0.5	-
1V	-2V	- 1mV	-2.001V	1.001V	1.15mV	868	10 <sup>3</sup>
		- 10mV	-2.01V	1.012V	11.6mV	86	10 <sup>2</sup>
		-100mV	-2.1V	1.122V	122mV	8.2	10
		- 1V	-3V	3.16V	2.2V	0.5	1
10V	-4V	- 1mV	-4.001V	10.01V	11.5mV	868	10 <sup>4</sup>
		- 10mV	-4.01V	10.12V	116mV	86	10 <sup>3</sup>
		-100mV	-4.1V	11.22V	1.22V	8.2	10 <sup>2</sup>
		- 1V	-5V	31.6V!!	21.6V	0.5	10



表 2: ダイナミック・レンジと S/N 比

	Noise	Dynamic Range	
		Log Channel	Linear Channel
A. S/N > 865	1mV	10V:1mV	10V:865mV
	10mV	—	10V:8.65V
B. S/N > 85	1mV	10V:1mV	10V:85mV
	10mV	10V:1mV	10V:850mV
	100mV	—	10V:8.5V
C. S/N > 8.5	1mV	10V:1mV	10V:8.5mV
	10mV	10V:1mV	10V:85mV
	100mV	10V:1mV	10V:850mV
	1V	—	10V:8.5V

対数デバイスの誤差（特に温度による係数の変動）の影響を決定する場合は、全体的な関係を使用することができます。

$$E_o = V_{r2} \cdot 10^{\left[ \frac{K_1}{K_2} \log \frac{V_s}{V_{r1}} - \frac{V_n}{K_2} \right]}$$

$$= \left[ \frac{V_{r2}}{V_{r1}^{K_1/K_2}} \right] \cdot V_s^{K_1/K_2} \cdot 10^{-V_n/K_2} \quad (6)$$

$K_1$  と  $K_2$  が等しく、互いにトラッキングする場合で、さらに  $V_{r1}$  と  $V_{r2}$  が等しく  $E_o = V_s \cdot 10^{-V_n/K}$  をトラッキングする場合は、表 1 の列 5 の結果が得られます。これらが異なる値を取る場合は、式 (6) により誤差を求める方法がわかります。対数適合性の誤差は、 $V_n$  の加算値として扱うことができます。

対数関数は本質的に単極性なので（対数は正の引数に対してのみ実数となる。正の信号には 755N が必要で、負の信号には 755P が必要）、基本的にゼロを中心とする信号に対しては、理想とは大きく異なるものになります。

ある種の入力信号をバイアスして単極性にするのが有用なことがあります、対称的な取り扱いを必要とする関数では、ゼロ入力とフルスケール入力の間で分解能と速度の両方が大きく変化することで大きな歪みが生じる可能性があります。この種の関数には、ゼロに対して対称なある種の高精度圧縮が有効です。簡単に実現できる例の 1 つが  $\sinh^{-1}$  関数（図 10）で、この関数には、オペアンプの帰還パスに 2 つの補完的な逆対数トランスコンダクタ（752P と 752N）が必要です。得られる関数は、大きな入力については対数ですが、ゼロを通過するときは基本的に線形です。

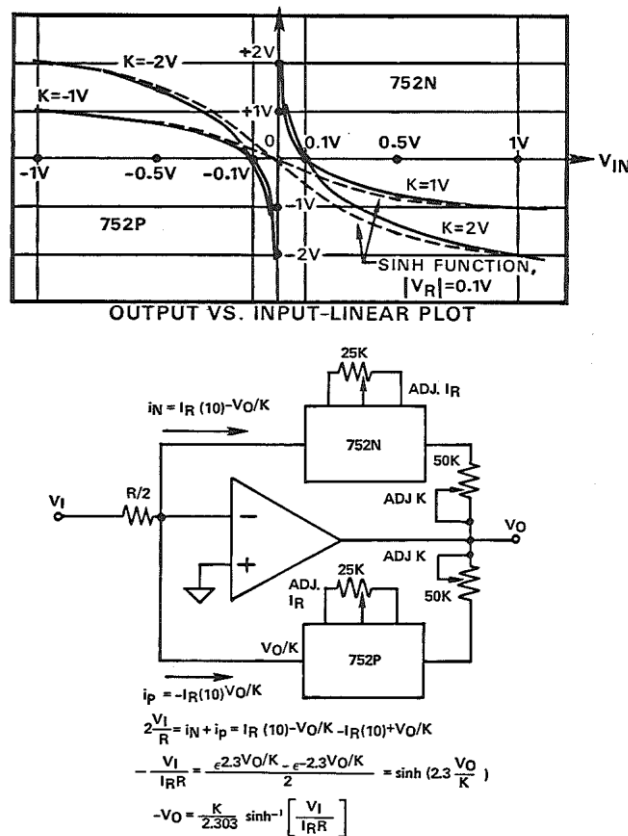


図 10: 両極性信号の圧縮  
( $\sinh^{-1} f$  関数の合成用に補完的な対数トランスコンダクタを使用)

これらのペアを順方向パスに使用すると、双曲線正弦に比例する逆関数が得られます。対称性、マッチング、およびトラッキングが適切なものだとすると、追加ノイズ電圧が存在する状態での全体の応答は次のようになります（瞬間値）。

$$E_o = V_r \sinh \left[ \sinh^{-1} \frac{V_s}{V_r} - \frac{\ln(10)}{K} \right] V_n \quad (7)$$

$V_r$  と  $K$  の大きさがそれぞれ 0.1V と 2V とすると、式は次のようになります。

$$E_o = 0.1 \sinh(\sinh^{-1} 10V_s - 1.1513V_n) \quad (8)$$

S/N 比とダイナミック・レンジを比較するために、表 1 と同様の表が得られます。

表 3: ノイズ電圧が存在する状態での両極性圧縮／展開の理想的な応答

$V_s$ signal magnitude	$\sinh^{-1} 10V_s$	$V_n$ "noise"	$E_o$ output	$E_o - V_s$ error	S/N nonlin.	S/N linear
+10V	5.2983	-0.001V	10.0121V	0.0121V	827	10,000
		-0.01	10.1164	0.116	86	1,000
		-0.1	11.221	1.221	8.2	100
+1V	2.9982	-0.001V	1.00123V	0.00123V	810	1,000
		-0.01	1.0117	0.0117	85	100
		-0.1	1.123	0.123	8.2	10
+0.1V	0.8814	-0.001V	0.10017V	0.00017V	600	100
		-0.01	0.10164	0.0016	61	10
		-0.1	0.117	0.017	5.9	1
+0.01V	0.09983	-0.001V	0.01012	0.00017	85	10
		-0.01	0.01116	0.0012	8.6	1
		-0.1	0.0217	0.012	0.9	—
+0.001V	0.010	-0.001V	0.00112	0.00012	8.7	1
		-0.01V	0.0022	0.0012	0.9	—
		-0.1V	0.0125	0.012	—	—

原点通過時のゲインが制限されるので対数関数ほど顕著な結果は得られませんが、双曲線圧縮／展開も、レンジの対数部分を延長することによって改善できます。例えば  $V_r$  が 0.01 V まで減少した場合、 $V_x = V_n = 0.01$  V に対する S/N 比は 60 に増大します。ゼロ通る時のスピードは遅くなりますが、これは、ゼロ付近での有効帰還抵抗とゲインが 10 倍になるためです。

結論として、 $\sinh^{-1}$  関数は、変化率を一定にするためにヌル（ゼロ）以外の場所の間隔が（ほぼ等間隔に）補正された高精度のテーパー型ヌル・メーターとして使用することもできます。これは、ヌル位置できわめて高い感度と広いダイナミック・レンジを備え、ヌルへの接近方向を継続的に表示します。

### 計測基準の抽出

ここまでは、非線形アナログ・コンピューティング回路を使用してトランスデューサの非線形性を補償し、データ伝送におけるノイズの影響を減らす方法を見てきました。データ削減における歴史的に重要な要素で（特にオシロスコープが出現する以前の時代）、現在でも広く使われ、将来的に存続すると予想されるものは、人間が見てすぐに理解できる単純な数値表示やその表示の動きに情報を「要約」し、意思決定の基礎としての役割を果たすメーター（つまり計測基準）の利用です。メーターによる計測はコンピュータ制御や計測システムでも使われますが、このときコンピュータは、大量の計測値を一連の意思決定の素材として使うために、現状と、構成要素やプロセスの動きを示す少量の重要な数値に減らそうとします。

計算機能を持つメーターの数は非常に多く、限られた紙面では表面的な内容以上の解説は難しいので、ここでは、非常に有用で、普遍性を持ち、ここに記載するデバイスに特に適したメーターの利用について取り上げます。まず、メーターは以下のような計測を行います。

平均  
平均絶対値  
二乗平均平方根  
ピーク（または谷）

通常考えるのは平均時間が固定された自走デバイスですが、これに加えて、少なくともワンショット計測と可変期間計測について考えることは有益だと思われます。

さらに、2 個以上の変数を伴う計測も多数存在します。この種の興味深い計測や一般的な計測には以下のようなものがあります。

電力（瞬間値、ピーク値、および平均値）  
電力量および周期あたりの電力量  
力率（および位相角）  
ベクトル和（二乗和平方根）  
比と対数比（dB）

これらの関数を生成する回路は、通常、プリアンプで増幅されてスケーリングされ、場合によっては線形化された入力で動作しますが、ほとんどは、十分な安定性、入力インピーダンス、同相除去性能、その他の特徴を備えたデバイスを使って実装し、直接トランスデューサ出力を操作することができます。

## 平均と平均絶対値

図 11a は、移動平均の単純なユニット遅延に使われる一般的な回路です。図 11b に反転バージョンを示します。平均時定数は、「T」型回路を組み込むことによって（図 11c）、値の大きい抵抗を使わずに増やせますが、減衰とゲインのために電圧ドリフトが大きくなります。この回路は、周波数の変動が大きく、平均値の変動が比較的遅い信号の平均を決定するのに適しています。ステップ変更のセトリング時間は 1 % まで  $4.61RC$ 、0.1 % まで  $6.91RC$ 、0.01 % まで  $9.21RC$  です。高周波減衰は中程度で、例えば  $f_0 = 1/2\pi RC$  で 3 dB、 $10f_0$  で 20 dB、 $100f_0$  では 40 dB です。

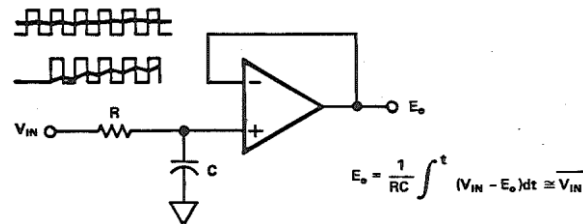
平均が、非停留関数の変化に対してより迅速に応答しなければならない場合は、周期  $\tau$  の理想的な平均応答を連続的に近似して応答するフィルタが必要です。すなわち、

$$E_0 = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t v(t) dt, \text{あるいは実用的に } \frac{1 - e^{-\tau p}}{\tau p} \quad (9)$$

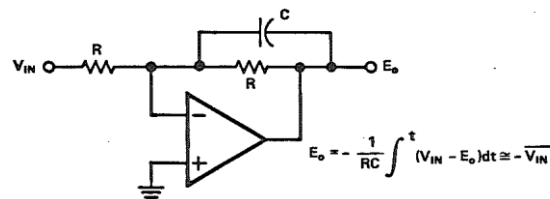
これは、次に示す伝達関数で無理なく近似できます。

$$\frac{e_o}{v_i} = \frac{1 + \overline{RC}p^2}{(1 + 1.2\overline{RC}p + 1.6\overline{RC}p^2)(1 + 2\overline{RC}p)} \quad (10)$$

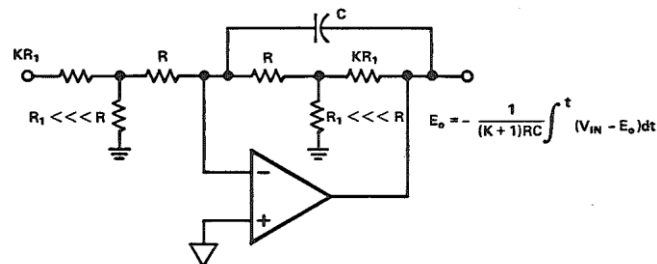
(ここで、 $p$  は Heaviside の微分作用素) これは、単位遅延と 2 次状態変数 (積分器ループ) バンド除去フィルタを使って、安定した状態で実体化することができます。あるいは、1 個のオペアンプ、8 個の高精度抵抗、6 個の高精度コンデンサを使用すれば、安定性は劣りますが、よりコンパクトにすることができます<sup>3</sup>。



a. 非反転単位遅延



b. 反転単位遅延



c. R と C の値が極端に大きくなるのを避けるために  
T 型回路を使用した長周期ユニット遅延

図 11: 古典的な単位遅延移動平均回路

<sup>3</sup> "The Lighting Empiricist," Vol. 13, 1965.

別の種類の「移動平均」は、周期の異なる一連のイベントの周期ごとの平均です。例えば、心拍ごとの平均血圧や、呼吸ごとの平均  $\text{CO}_2$  量などがこれにあたります。これは、2 個の積分器、1 個の除算器、および 1 個のサンプル & ホールド回路を使って実現できます（図 12）。各サイクルの開始時（個別に決定）には、2 個の積分器（信号と周期）がゲートされて動作します。サイクル終了時には、積分器が一時的にホールド状態に置かれ、除算器出力（蓄積された信号を周期で割ったもの）がサンプリングされて、直ちに（あるいは任意の時間待機した後に）開始される次サイクルへの準備のために、積分器が初期化されます。一方、サンプル & ホールド回路は最後に算出された平均値を、更新されるまで保持します。除算器およびサンプル & ホールド回路は高速の可変リファレンス A/D コンバータとすることができますが、積分と積分の間に長い間隔が必要な場合は、特にそうすることが望まれます。

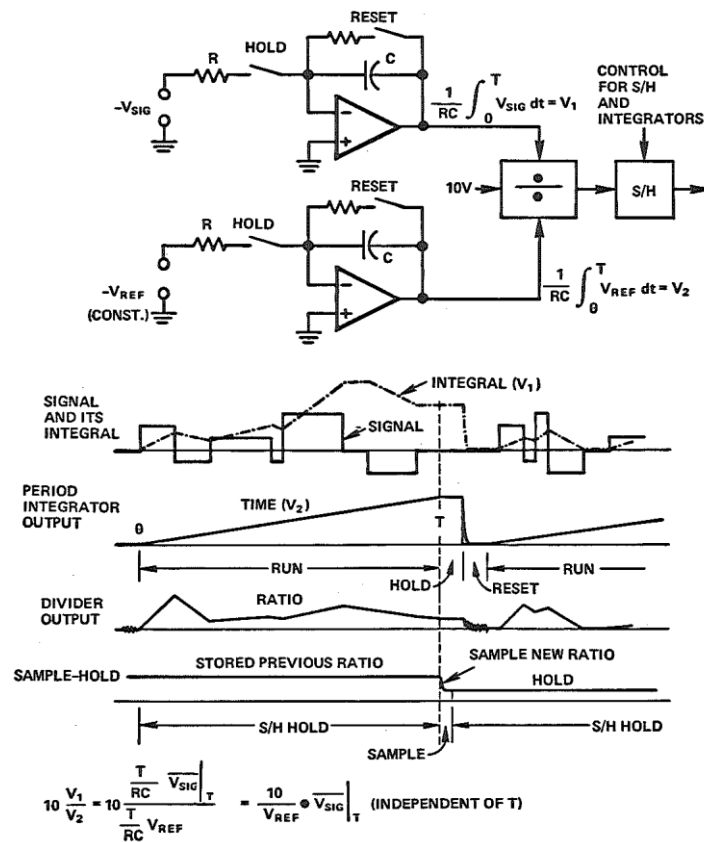


図 12: 可変周期での信号の平均

通常、平均は線形プロセス、つまり時間依存のプロセスと考えられていますが（上に示すように比が関係する場合を除く）、最も一般的に使われるデータ削減方法の 1 つなので、データの削減と計測に非線形デバイスを使用することを検討する余地はあります。

平均は、信号の計測基準としてそのまま使用するのに必ずしも適しているわけではありません。例えば、AC 計測では DC レベル（または平均）を無視して、（平均からの）平均絶対偏差に着目する傾向があります。これは、最初に「ゼロ」レベル（通常は平均）を確立し、次に整流と平均を実行することによって行われます。これを実現するための方法は数多くありますが、「理想ダイオード」として広く使われているオペアンプによる方法を図 13 に示します。

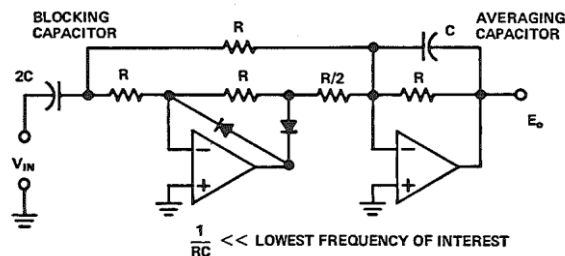


図 13: 低周波数での平均絶対偏差を計算する回路。

帯域幅を広げるために、外付けの入力フォロワと出力平均回路を使用してダイオードに流れる電流をより大きくし、適切な容量を使用して RC を大きくすることができます。入力平均がゼロか、ゼロにすることが可能であれば、カップリング・コンデンサは不要です。

## 二乗平均平方根

多くのアプリケーション、特に電圧や電流の計測が、生成、伝送、あるいは消費された平均電力量に関する情報を提供するアプリケーションでは、二乗平均平方根（RMS）の方が計測基準として便利です。わかりやすく言うと、この値は、入力を二乗してその平均を取り、さらにその平方根を求めることで得られます。



$$E_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_{\text{in}})^2 dt} \quad (11)$$

従来この値は、RMS レベルの熱の影響を受けやすいメーターによって計測されてきました。電子的には、所定のサーマル・デバイスの特性に見合った汎用計測器を特別に製作することが難しいので、長年にわたって「RMS」メーターと称されていたもののほとんどは、実際には RMS 値を計測していませんでした。これらのメーターは平均絶対偏差（「AC 平均」）を計測しますが、それを、サイン波の RMS と平均値の比に対して補正された「RMS」スケールで表示していました。サイン波が計測される限りは（そのサイン波が著しく歪んでいなければ）、それでも問題はありませんでした。また、対称矩形波、ガウス・ノイズ、あるいは対称三角波などのように、RMS/MAD の比がある程度一定の信号を計測する場合でも、補正を行っている限りは許容範囲内でした（図 14）。しかし、予測不能な波形や、可変幅パルス列、SCR 使用時のサイン波などでは、平均計測式の RMS メーターは役に立ちません。

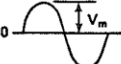
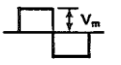
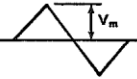
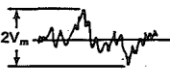
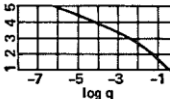
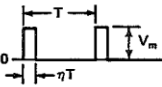
WAVEFORM		RMS	MAD	$\frac{\text{RMS}}{\text{MAD}}$	CREST FACTOR																				
	SINE WAVE	$\frac{V_m}{\sqrt{2}}$ $0.707 V_m$	$\frac{2}{\pi} V_m$ $0.637 V_m$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.111$	$\sqrt{2} = 1.414$																				
	SYMMETRICAL SQUARE WAVE OR DC	$V_m$	$V_m$	1	1																				
	TRIANGULAR WAVE OR SAWTOOTH	$\frac{V_m}{\sqrt{3}}$	$\frac{V_m}{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155$	$\sqrt{3} = 1.732$																				
<div><div></div><div></div></div> <p>CREST FACTOR</p>	GAUSSIAN NOISE  CREST FACTOR IS THEORETICALLY UNLIMITED. q IS THE FRACTION OF TIME DURING WHICH GREATER PEAKS CAN BE EXPECTED TO OCCUR	RMS	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \text{ RMS}$ $= 0.798 \text{ RMS}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 1.253	<table><tr><th>C.F.</th><th>q</th></tr><tr><td>1</td><td>32%</td></tr><tr><td>2</td><td>4.6%</td></tr><tr><td>3</td><td>0.37%</td></tr><tr><td>3.3</td><td>0.1%</td></tr><tr><td>3.9</td><td>0.01%</td></tr><tr><td>4</td><td>63ppm</td></tr><tr><td>4.4</td><td>10ppm</td></tr><tr><td>4.9</td><td>1ppm</td></tr><tr><td>6</td><td>2x10<sup>-9</sup></td></tr></table>	C.F.	q	1	32%	2	4.6%	3	0.37%	3.3	0.1%	3.9	0.01%	4	63ppm	4.4	10ppm	4.9	1ppm	6	2x10 <sup>-9</sup>
C.F.	q																								
1	32%																								
2	4.6%																								
3	0.37%																								
3.3	0.1%																								
3.9	0.01%																								
4	63ppm																								
4.4	10ppm																								
4.9	1ppm																								
6	2x10 <sup>-9</sup>																								
 <p>η: "DUTY CYCLE"</p>	<table><tr><th colspan="2">PULSE TRAIN</th></tr><tr><th>η</th><th>MARK/SPACE</th></tr><tr><td>1</td><td>∞</td></tr><tr><td>0.25</td><td>0.3333</td></tr><tr><td>0.0625</td><td>0.0667</td></tr><tr><td>0.0156</td><td>0.0159</td></tr><tr><td>0.01</td><td>0.0101</td></tr></table>	PULSE TRAIN		η	MARK/SPACE	1	∞	0.25	0.3333	0.0625	0.0667	0.0156	0.0159	0.01	0.0101	$V_m \sqrt{\eta}$	$V_m \eta$	$\frac{1}{\sqrt{\eta}}$	$\frac{1}{\eta}$						
PULSE TRAIN																									
η	MARK/SPACE																								
1	∞																								
0.25	0.3333																								
0.0625	0.0667																								
0.0156	0.0159																								
0.01	0.0101																								
		$V_m$ 0.5 $V_m$ 0.25 $V_m$ 0.125 $V_m$ 0.1 $V_m$	$V_m$ 0.25 $V_m$ 0.0625 $V_m$ 0.0156 $V_m$ 0.01 $V_m$	1 2 4 8 10	1 2 4 8 10																				

図 14: いくつかの一般的な波形の RMS、MAD、およびクレスト・ファクタ。  
その他の波形については 3-7 項の表 1 も併せて参照してください。

AD531 などのトランスコンダクタンス乗算器 (XY/Z)、433 などの安定した対数／逆対数回路、および（さらに最近になって）440 RMS モジュールなどを使用できるようになったことで、正確なワイドレンジの「真の RMS」回路を、妥当なコストで作ることが可能になりました。実際の RMS 回路の例は、3-7 項に示されています。基本的な回路図を図 15 に示します。この回路には、二乗、平均、および陰的平方根を利用しています。RMS デバイスの必要不可欠なダイナミック・レンジ特性は、波形の RMS 値に対するピーク入力の比を表すクレスト・ファクタです。例えば、RMS のダイナミック・レンジが 20:1 でクレスト・ファクタが 5 の入力信号には、100:1 を大きく上回るダイナミック・レンジを持つデバイスが必要です。

単純なオープンループ方式（二乗、平均、平方根）では、内部的にきわめて大きいダイナミック・レンジが必要とされます。例えば、最大入力と最小入力の比が 100:1 の場合は二乗すると 10,000:1 となりますが、これは、オープンループ平方根回路では不可能に近い値です。陰的平方根演算用にトランスコンダクタ型の乗除算器を接続した場合、平方根回路のゲインは出力によって制御され、定常状態でのダイナミック・レンジを 1 次に減らします。速度が遅い場合は、対数回路を採用しているタイプの方が効率的です。対数回路は、広いダイナミック・レンジを、これと等しいディケードあたりの内部電圧振幅に減らせるからです。

簡略化のため、ほとんどのフィルタは 1 次単位遅延です。しかし、より理想に近い「移動平均」応答を備えたフィルタを指定することも不可能ではありません。

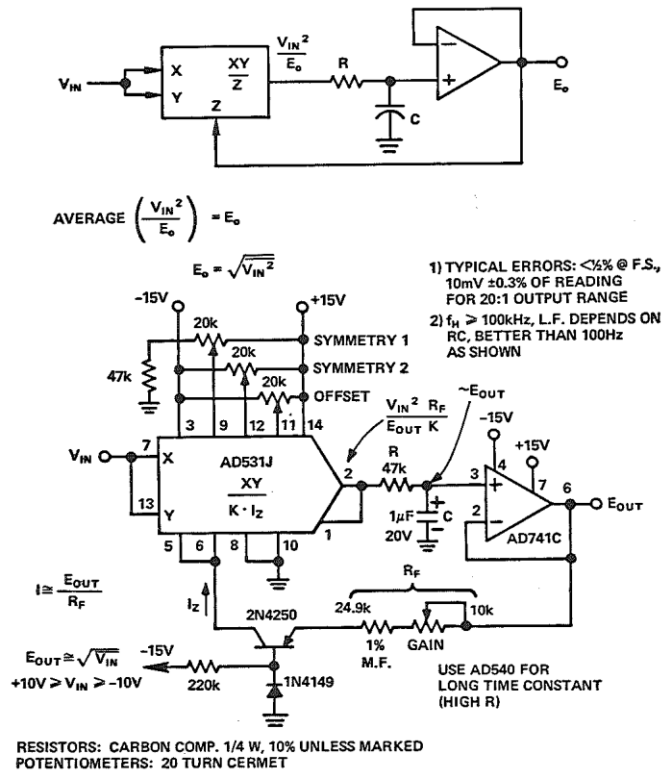


図 15: RMS 回路のブロック図と、IC 乗除算器を使用した実用的回路。  
3-7 項も併せて参照のこと。

## ピークと谷

目的によっては、平均型の計測値が波形に関する適切な情報を提供しないこともあります。例としては、振幅が急激に変化する周期的信号、可変クレスト・ファクタの信号、振幅変調された波形などがあります。また、最大ピーク（または谷、もしくはピーク to ピーク振幅）を決定する必要があるアプリケーションもあります。

ピークの検出・計測回路にはさまざまなものがあり、その選択（およびコスト）は、最適化する特性に依存します。これらの特性には、精度、速度、リーク率、感度、および複雑さが含まれます。自走アプリケーションにはリークを組み込む必要があります。ワンショット・アプリケーションでは、非常に長いホールト時間（性能の低下がほとんど、あるいは全くないこと）とリセット回路が必要になることがあります。ノイズの多い信号では、「ピーク」の正確な定義が問題になることがあり、予備的なフィルタリングやヒステリシス応答（小さい変動を無視）、あるいは低速応答（高速の急激な変動を無視）が必要です。

基本的なピーク計測回路は、コンパレータと切替え式ストレージ素子で構成されます。この機能を具体化する簡単な回路を図 16 に示します。オペアンプ A1 はコンパレータとして機能します。入力電圧がコンデンサに蓄えられた電荷量を超えると、アンプはユニティ・ゲインのフォロワとして動作し、（ダイオードを介して供給される）電荷が入力に追従するようになります。入力電圧がピーク電圧から再び減少し始めると、帰還ループがオープン状態になり、コンデンサはその電荷を保持します。アンプ A2 はコンデンサを無負荷状態にして、低出力インピーダンス時にその電圧を使用できるようにします。低リークであることが求められる場合は、A1 と A2 の両方を低リーク入力にしなければなりません。A1 には、オープンループ状態から迅速に回復可能なことと、大きい位相マージン、容量性負荷を安定して駆動できる能力、およびオープンループ状態での高い入力インピーダンス（つまり、内部的な「保護」が不要）が求められます。

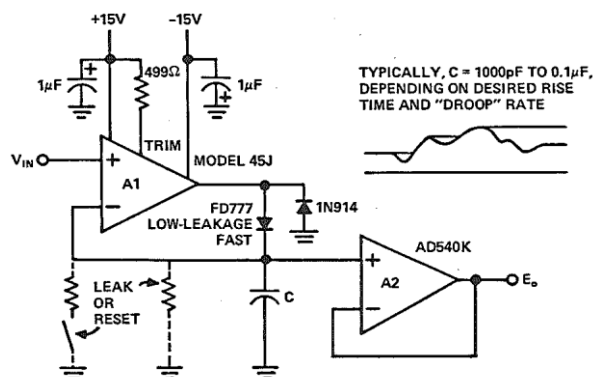


図 16: ピーク・フォロワ回路

コンデンサは、充電速度と「放電速度」の両方を決定します:  $dE_O/dt = I/C$ 。コンデンサ（1000 pF）の充電に 10 mA 使用できる場合、スルー・レートは  $10^{-2}/10^{-9} = 10^7$  V/μs です。合計リーク電流が 100 pA の場合、放電速度は  $10^{-10}/10^{-9} = 0.1$  V/s です。容量が 0.1 μF に増加した場合は放電速度が 1 mV/s に低下し、最大充電速度は 0.1 V/μs になります。回路を自走させる場合は、追従するピーク・レベルを減少方向に変動させられるように、リークを提供する必要があります。抵抗は指数関数的な減衰（最後のピークに比例）を提供し、電流シンクは固定されたレートの直線的減衰を提供します。ピーク・フォロワの出力は、ピークの平均変化を求めるために平均することができます。

これに対し、一連のピークの最大値をワンショットで計測する回路の場合は、次の一連の値を読み込む前にコンデンサを放電するために、リセット・スイッチを設ける必要があります。

A1 の出力の立下がりエッジは、その直前にピークが発生したことを示すために使用できます。1 つの高速ピークを捉えるために高速の追従と長時間のホールドが必要な場合は、これらの回路を 2 つカスケード接続することができます。1 つめの回路には小さいコンデンサを使い（下方リークを小さくするために、負電源に対して逆バイアスがかけられたダイオードと並列にする）、2 つめの回路には、低速でのアキュイジションと長時間のホールド用に大きいコンデンサを使います。

「谷」型フォロワは基本的に同じ回路ですが、ダイオードの方向が逆です。この回路は、保存レベルを下回る電圧減少を追跡して、それまでで最も低いレベルをホールドします。ピーク to ピーク計測では、フォロワの出力を、減算器が接続された単純なオペアンプに送ることができます。あるいは、ピークおよびマイナスのピーク回路の A1 のダイオードとコンデンサ部分を使うことができます。この場合は、コンデンサの電圧を、AD520、603、または 605 などの差動計装アンプの入力に与えます。ピーク to ピーク回路が、エンベロープへの追従を可能にするリーク・パスを必要とする場合、コンデンサは、必要なリーク・レートを得るために適切な大きさの抵抗を使って、減算器が接続された FET 入力オペアンプに直接電荷を供給することができます。さらに、コンデンサを帰還抵抗の両端に接続すれば、ピーク計測値の周期的な振幅を除去することができます。

通常、ピークはグラウンドより高く、谷はグラウンドより低い値になります。しかし、レンジの広い信号のピークまたは谷をレンジ内の任意の位置で計測したい場合は、コンデンサとリーク抵抗（またはリセット・スイッチ）を、グラウンドではなく、最も低いピーク（1 つまたは複数）より低い電圧、または最も高い谷（1 つまたは複数）より高い電圧に接続すると、計測することができます。通常は、負および正の電源電圧がこの目的に適しています。もちろん、リセット・スイッチには、保護のため常に抵抗を直列に接続する必要があります。

前述のとおり、ピーク追従用の回路は多数あります。これらの回路には、ダイオード-コンデンサ入力（帰還ループの外側）を備えたシングル・オペアンプ、複数オペアンプのループ、コンパレータ付きのサンプル & ホールド（S/H ー入力は S/H 出力と比較され、コンパレータは S/H 制御ロジックを動作させますが、多くの場合は発振を避けるためにクロックに同期されます）、および A/D コンバータが含まれます。

ピーク追従に使用するコンバータは、通常、カウンタ-DAC-コンパレータ型です。D/A コンバータは、デジタル・カウンタの状態に比例した出力電圧を連続的に提供します。コンバータの出力は、信号入力と比較されます。入力の方が小さい場合、コンパレータはカウンタを継続的に抑制します。入力の方が大きい場合、カウンタはコンパレータの閾値を超えるまでクロック・パルスを蓄積し、次のクロック・パルスで再びカウンタが抑制されます。A/D コンバータ型は低速ですが、データの保持はコンデンサに保存された電荷に依存しないので、基本的にホールド時間が「無限」であるという利点があります。A/D コンバータは、2 段式ピーク・フォロワにとって理想的な第 2 段です（デジタル・カウンタに対応する DAC 出力は、アナログ量であることに注意してください）。また、縮減したデータをデジタル形式に変換しなければならない場合、ピーク情報が入力に適した計測基準であれば、これが「一石二鳥」を実現する理想的な方法であることは明らかなです。

## 電力計測（図 17）

アナログ乗算器は、*瞬時電力* ( $e \cdot i$ ) の正確な計測に適しています。その出力は、*平均電力*を得るために平均したり、*ピーク電力*を得るためにピーク検出器に適用したりできるほか、積分して*電力量*を得ることができます。さらに、図 12 に示す方法で電力量出力を計算して周期で割り、*サイクルあたりの電力量*を求めることができます。

電力計測時は、差動アンプまたは絶縁アンプにより、必要に応じて差動的に電圧を拾い上げ、乗算器入力に合わせてスケールリングすることができます。電流は、シャントの両端で差動的に拾うことによって計測できます。受動的にスケールリングされた電圧と電流が、使用できるアナログ乗算器の同相制限と振幅制限の中に入ってしまった場合は、AD532 のような低価格のモノリシック差動入力乗算器を使用するのが有効です。

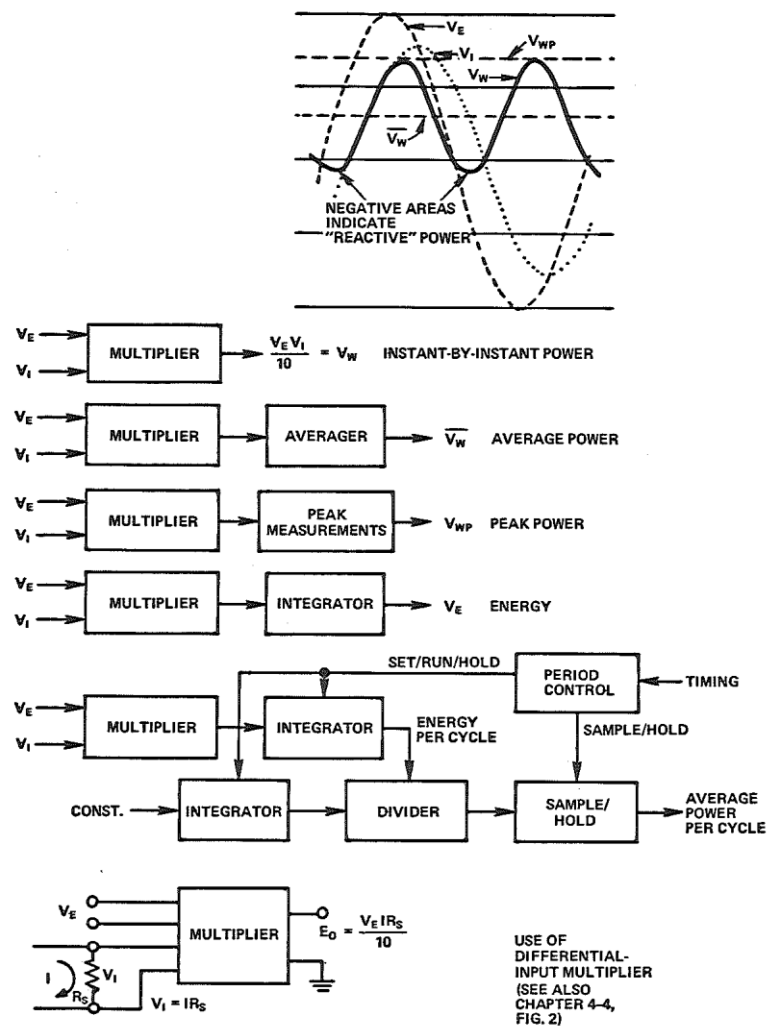


図 17: 電力および電力量の計測

市販されている完成品の乗算器には、10 MHz もの帯域幅を有するものがあります。平均電力の計測には、乗算器の入力と出力を別々に考えるのが得策です。高周波数では、瞬時電力の位相関係が、「-3 dB 周波数」の 1/50 程度の周波数で大幅に悪化し始めますが、これは主に出力段での遅延によるものです。しかし、入力位相関係に大きく依存する平均電力は、トランスコンダクタンス乗算器の場合、-3 dB 周波数の 1/10 の周波数まで正確に計算することができます（いずれにしろ出力は平均される）。

「力率」は平均ボルト・アンペア数に対する平均電力の比で、（正弦曲線の）位相角の余弦に等しい値を取りますが、非常に簡単なアナログ回路で決定することができます。このような計測を行う方法を図 18 に示します。入力の 1 つを  $90^\circ$  位相シフトすることによって、位相角の正弦を計算することができます。小さい角度の場合、その値は角度とほぼ等しくなります。大きい角度（ $< \pi/2$ ）の場合で、角度を直接計測する必要がある場合は、逆正弦関数フィッタを使用することができます。

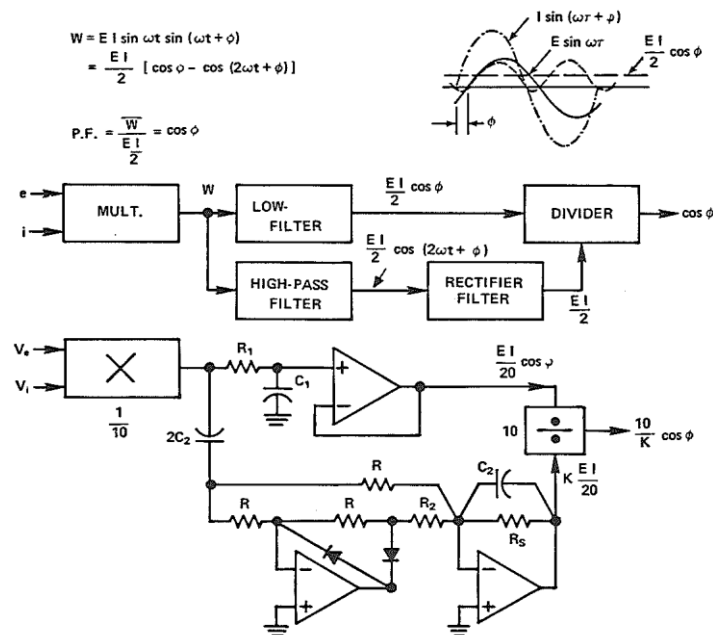


図 18: 力率の計測



インピーダンスの大きさは、除算器を使い、平均または RMS 電流に対する平均または RMS 電圧のスケール比を計算することによって計測できます（図 19）。瞬間的な計測によって 2 つの AC 量の比を取ろうとしがちですが、このような落とし穴にはまらないようにすることが重要です。概念的には、2 つの信号の位相が  $n\pi$  ( $n=0$  または任意の整数) 離れている場合を除き、分母がゼロの場合に計測で有限値が得られることはありません。実際問題として、アナログ除算器は単極性の分母を必要とします。極性切替えという面倒な操作を追加すれば両極性の分母を扱うことができますが、通常、ゼロ近辺では使用できません。

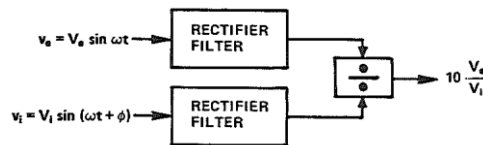


図 19: インピーダンスの大きさの計測

## ベクトル和

互いに直交する任意の数の電圧の和は、次式を解く回路によって得ることができます。

$$E_o = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \dots V_n^2} \quad (12)$$

前章に述べ、ここまでたびたび確認してきたように<sup>4</sup>、単純な方法（各入力を二乗して合計し、その合計値の平方根を取る）はコストが高くなりがちで、 $E_o$  のダイナミック・レンジが広い場合は、二乗演算の性質上どうしてもダイナミック・レンジが拡大されるため、満足のいく結果が得られないおそれがあります。

陰的アプローチでは、次式を解く 433 などの ZY/X デバイスを使用します。

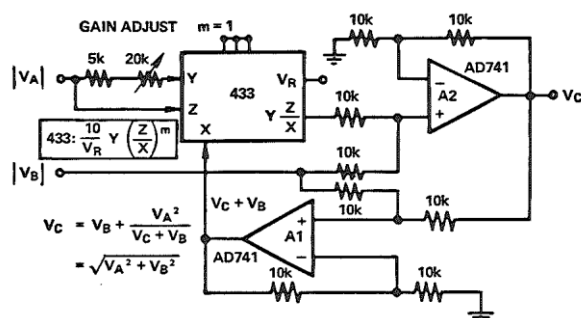
$$E_o = V_2 + \frac{V_1^2}{E_o + V_2} \quad (13)$$

<sup>4</sup> アナログ・ダイアログ Vol. 6、No. 3 の 3 ページを参照。

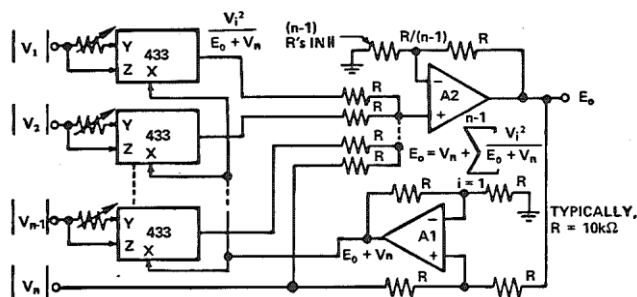
これは 2 変数で、一般的には次式の方がはるかに便利です。

$$E_o = V_n + \frac{V_1^2}{E_o + V_n} + \frac{V_2^2}{E_o + V_n} + \frac{V_3^2}{E_o + V_n} + \dots \quad (14)$$

これは、各非線形項  $V_i^2 / (E_o + V_n)$  が実質的に 1 次で、ダイナミック・レンジが二乗されて外部に現れてこないためです (図 20)。



a.  $\sqrt{V_A^2 + V_B^2}$  の計算に適した回路



b. 上の手法を n 個の入力用に拡張した回路

図 20: 二乗和の平方根

性能、調整、部品の選択は容易です。すぐにはわかりませんが、考慮しておくべき重要なことは、アンプ A1 または 433 のオーバードライブを避けるために入出力をスケールダウンする必要性です。すべての入力と同時に同じ最大値を取り得る場合、

A1 の最大出力を任意のレベル  $E_{\max}$  より低くするには、最大入力値を  $V_i = E_{\max} / (1 + \sqrt{n})$  とする必要があります。 $E_{\max} = 10 \text{ V}$  の場合、これに対応する  $n$  と  $V_{\max}$  の値は次のようになります。

$n$	$V_{\max}$
2	4.14V
3	3.66V
4	3.33V
5	3.09V

$n=2$  で、A1 が 12.1 V まで振幅できる場合、 $V_{\max}$  は 5 V です。

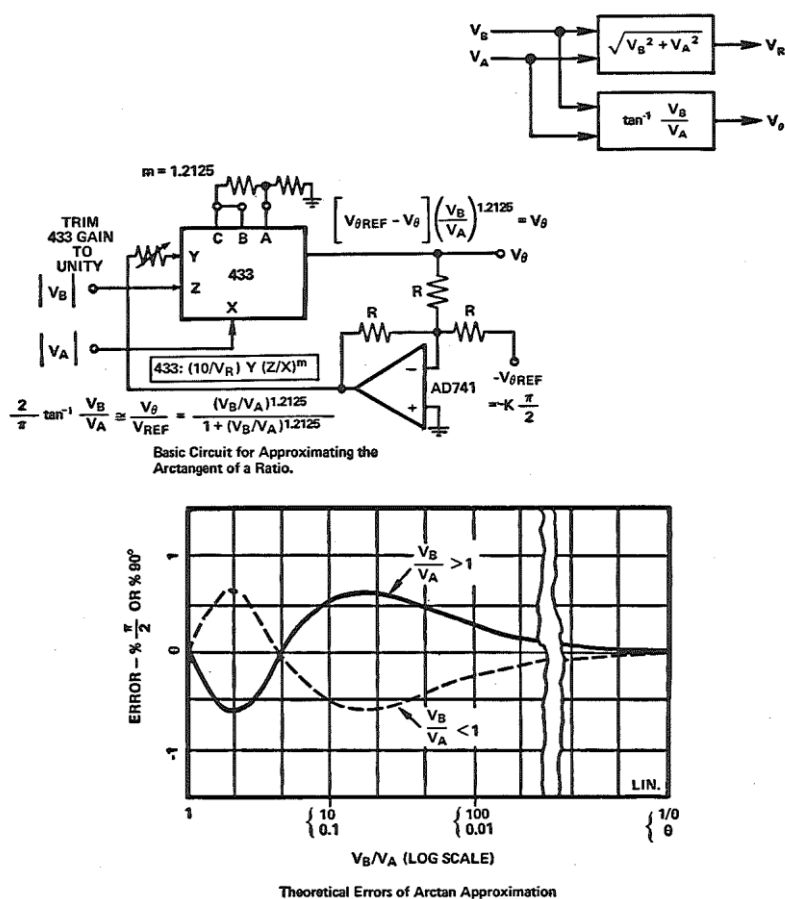


図 21: 逆正接回路と誤差プロット

大きさはベクトル成分の一要素ですが、すべてを表すものではありません。多くの場合は、大きさに加えて位相角が必要です。位相角  $\theta$  が比  $V_B/V_A$  の逆正接に等しい場合は、関数フィッティングによって近似することができます。陰的帰還回路に 433 とオペアンプを 1 個ずつ使用して、（理論的に）0.75 % 以内という優れた第 1 象限フィッティング ( $V_B, V_A \gg 0$ ) を簡単に得ることができます。この比が明示的に現れることはなく、433 内のアルゴリズムの差としてのみ現れるので、この回路は非常に広範囲の比に対して精度を維持します。実際に近似を行う図 21 の回路により、正規化された次の式が解かれます。

$$\theta = \left[ \frac{\pi}{2} - \theta \right] \left[ \frac{V_B}{V_A} \right]^{1.2125} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\left[ \frac{V_B}{V_A} \right]^{1.2125}}{1 + \left[ \frac{V_B}{V_A} \right]^{1.2125}} \cong \tan^{-1} \frac{V_B}{V_A} \quad (15)$$

この場合の最大理論誤差は  $0.75\% \frac{\pi}{2}$  (または  $0.68^\circ$ ) 未満です。 $V_B$  が負の場合（第 4 象限）は、その絶対値が、 $\tan^{-1}$  回路への入力として使われます。コンパレータによって決定されるその極性は、符号／大きさ回路を動作させて、角度の正しい極性を設定します。適切なロジック ( $\pi/2$  を加算または減算) を使用すれば、 $\pm\pi$  までの角度範囲を使用することができます。

## 比と対数比、dB (図 22)

除算器は、効率、損失またはゲイン、% 歪み、インピーダンスの大きさ、弾性（応力／歪み）などの比を直接読み出すために使用することができます。比は、瞬間値、平均値、RMS 値、ピーク値などの量から得ることができます。さらに、サンプル & ホールド・デバイスと組み合わせることによって、任意の時点におけるこれらの量の比を取ることができます。

比例計測は決して新しいものではありませんが、アナログ除算器や可変リファレンスの A/D コンバータの低価格化は、計測用の精密調整されたリファレンス源や超安定光源などに代わる現実的な選択肢、または補助手段としてこの手法を採用することを設計者に促す要因となるはずです。

物理的なものか電氣的なものかを問わず、共通パラメータの影響を無くすために、多くの計測では、比に関わる手法を有効に利用することができます。例えば、ブリッジ計測では、電源の変動がスケール・ファクタに直接影響します。出力をブリッジ電源電圧で割れば、スケール・ファクタの安定性は除算器の安定性のみに依存することになります。この手法は、図 3b に示すように、線形化と組み合わせることができます。当然、比例補償を有効なものとするには、除算器が少なくともブリッジ・リファレンス電圧と同程度に安定していなければなりません。

リファレンス電圧の変動の補償は、*電氣的な*共通パラメータによる影響を軽減する方法の一例です。しかし、比は、*物理的な*共通パラメータの影響を無くすために使用することもできます。例えば光透過率の計測では、リファレンス媒体と計測対象媒体の両方に 1 本ずつ、計 2 本のビームを透過させ、2 つの計測値の比を取ることによって両者の輝度差を補償するのが一般的です。

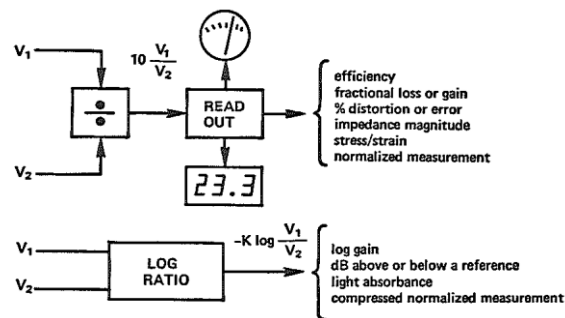


図 22: 比と対数比の計測

多くの場合は、線形比よりも対数比の方が役に立ちます。この種の計測は、大きく 2 つのカテゴリに分けられます。

第一は、広いダイナミック・レンジをカバーする現象の計測で、対数圧縮して正規化したレベルをリファレンスに使用し、限定的なレンジのメーター・スケールに結果を表示するか、ノイズの多い媒体を通じて計測値を伝送します。第二のカテゴリを構成する計測は直線的に行われますが、通常、特性評価（または検討）は対数比に基づいて行われます。その一例が光透過率の計測です。さらに、電氣的なゲインまたは減衰は、出力と入力之比として計測できます。モデル 756 などの対数比デバイスを使用することにより、対数比 (dB\*) を直接計測できます。

## まとめ

この章では、表示または伝送のためのデータ削減にアナログ非線形性を使用する方法を、いくつか提案してきました。読者の皆様の経験やニーズが、さらに多くの方法を生み出すヒントとなることは想像に難くありません。

\*ベル (B) の  $1/10$  を表すデシベルは、電力比 1.259 の対数です。電力比に対応する dB 数は  $10 \log_{10} (P_2/P_1)$  です。電力は電流または電流の二乗に比例するので、抵抗が一定の場合 dB 数は  $20 \log_{10} (V_2/V_1)$  または  $20 \log_{10} (I_2/I_1)$  に等しくなります。この関係は、 $\text{dB} = 20 \log_{10} (Q_2/Q_1)$  という定義で、任意の 2 つの量を表す対数比として広く転用されるようになっています。混乱を招く要素はありますが、これらは広く一般に理解されています。

## 2-4 通信と信号処理

非線形デバイスは、発振器の振幅と周波数の安定化または変調、自動ゲイン制御の実現、および受信信号の復調のために、常にオーディオ信号の通信に使われてきました。従来は、ダイオード、トランジスタ、および熱電子デバイスの特性が利用されてきました。この種の動作の有効性と安定性は、一般に、設計者のスキルと回路設計の巧妙さ、適切な安定性、パラメータ・マッチング、「線形性」（つまりパラメータの適合性）、低コスト等の特性を備えた部品が入手できるかどうかにかかっています。

オペアンプ、乗除算器、対数素子を、パラメータを厳密に仕様設定した、便利なモジュールやブロックボックスのパッケージで使えるようになり、低コスト化が継続されることによって、設計者は、仕事を容易にし、より多くの成果をもたらす新しい方法を手に入れました。標準的な信号処理回路に加えて、設計者は、波形の合成と制御への新たなアプローチ、設計、そして一様な動作と予測可能な特性を備えた電圧制御アンプ、フィルタ、発振器（VCA、VCF、VCO）などのツールの使用を検討することができます。これらの操作と、*A/D 変換ハンドブック (Analog-Digital Conversion Handbook)* の I-4 項および I-5B 項に記載されている「ハイブリッド」手法のいくつかを組み合わせれば、信号操作の可能性に関する「最終兵器」をすぐに利用できるようなことに気付くでしょう。

信号処理における非線形アナログ・デバイス応用のその他の例としては、圧縮と展開、位相検波器、位相計、フェーズ・ロック・ループ（PLL）、低ノイズ記録システム、相関器、スペクトラム・アナライザ、音声および音楽用シンセサイザなどが挙げられます。

### 自動ゲイン制御

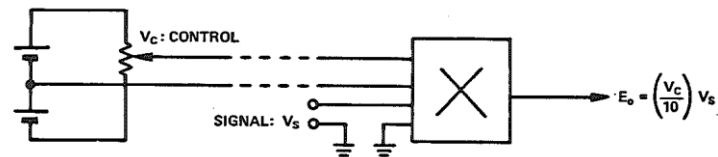
アナログ乗算器または除算器では、一方の入力に与えられた信号を、ゲインを制御するもう 1 つの入力によって乗算または除算される従属変数と見なすことができるので、これらのデバイスは基本的にゲイン・コントローラ（図 1a）です。ゲイン設定電圧は任意のソースから得ることができるので、考えられるアプリケーションは広範囲に及びます。例えば、離れた位置にある手動調整式ソースから与えられる DC 電圧があれば、乗算器を「長いシャフト」を持つポテンショメータとして動作させることができます。制御電圧は、システム内の他の 1 つまたは複数の電圧の計測基準として生成し、その変動に応じてゲインを制御するために使用することができます。その有効かつ特別なケースの 1 つが、*自動ゲイン制御*（図 1b）です。

図 1c の回路は、低価格の AD531 IC 乗除算器の AGC アプリケーションへの応用を示す実例です。この回路は、 $0.1V_{p-p}$  から  $12V_{p-p}$  以上までの入力範囲に対して 3 V のピーク to ピーク出力を維持し、 $0.4 V_{p-p} \sim 6 V_{p-p}$  での整流誤差は 2 % 以下、歪みは 1 % を大きく下回ります。入力周波数範囲は、30 Hz  $\sim$  400 kHz (-3 dB) とすることができます。設定ポイントは、手動または外部 DC リファレンス電圧によって調整できます。さらに、入力信号はシングル・エンドまたは差動とすることができます。

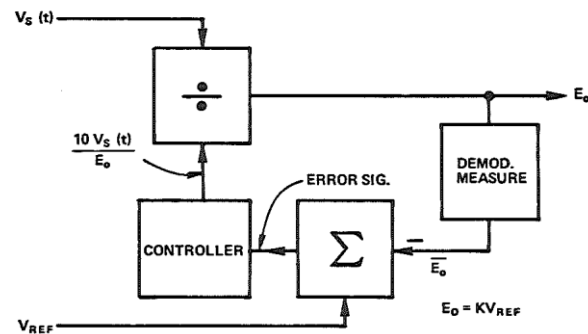
帰還回路の動作は単純です。入力信号が増加すると、出力も増加します。ダイオードによって認識され、1  $\mu$ F のコンデンサに保存されるその負のピークは増加し、結果として反転積分器の出力も増加します。さらに、これは分母を大きくして AD531 乗除算器（XY/I デバイス）のゲインを減少させ、出力レベルを一定に保つのに役立ちます。

定常状態では、ポイント A の平均電圧が  $\frac{1}{2}V_B$  と完全に等しくなければなりませんが、逆の極性では、ループの平衡状態を保つために、積分器への正味入力をゼロにして、積分器の出力をとにかく一定のレベルに保持する必要があります。その状態では、 $E_{out}$  の負のピーク値が  $V_A$  よりダイオード 1 個の電圧降下分低い値になるので、「 $|E_{out} (peak)| \cong \frac{1}{2}V_B + \text{ダイオード電圧降下}$ 」となります。

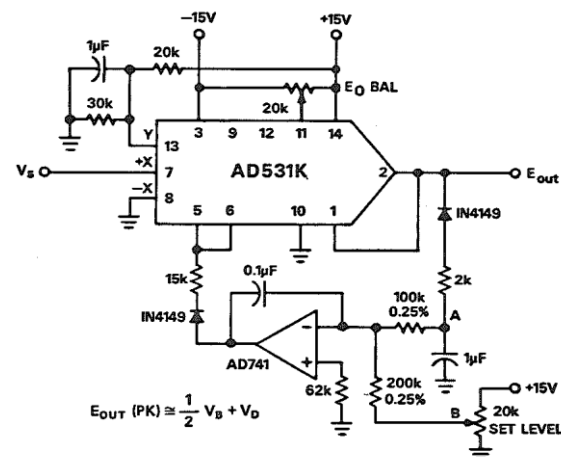




a. ゲイン・コントローラとしてのアナログ乗算器



b. 除算器を使用した代表的な AGC ループ



c. IC 乗除算器を使用した実際の AGC ループ

図 1: 乗算器と除算器によるゲイン制御

実際には、設定レベル用ポテンショメータは、出力を必要なレベルに補正するために実験的に調整します。

ここに示す単純かつ実例的な例では、原理を示すために、余分な要素を省いたダイオードとコンデンサによる半波回路で、波形のピーク・レベルを読み取ります。当然、平均絶対値や RMS などの他の計測基準を使用することもできます。さらに、アプリケーションのニーズに応じて、幾分高度な温度補償整流回路を使うことも可能です。

アンプ出力での制御電圧 ( $V_c$ ) は、約  $-2\text{ V}$  (AD531 の最小ゲイン) からアンプ下限値の  $-13.5\text{ V}$  (最小信号の処理用) までの範囲です。 $V_c$  はループ内で操作される変数なので、その線形性は重要ではありません。

## 圧縮と展開

2-3 項では、ノイズの多い媒体を通じて小さい電圧を安全に伝送する際の、対数圧縮および展開の可能性について言及しました。このシステムはごく短い時間で繰り返し動作しますが、その欠点は、全体の応答を線形にするために対数ゲインをマッチングしなければならないことです。疑似定常波形に適用できるもう 1 つのアプローチは、ピークの二乗値など、ある特性の計測基準となる電圧で信号を割り、その修正された信号を媒体経由で伝送して、受信信号にピーク値の二乗を掛けることです (図 2a)。制御電圧は信号 (基本的に DC) より変化が遅いので、信号の形状に影響を与えることはなく、振幅にだけ影響します。小信号に対する高ゲインと大信号に対する低ゲインは、予想可能な圧縮関数を生成します。受信端では逆関数が適用されて、出力振幅の変化が元どおりに回復されます。ミスマッチは全体のゲインにのみ影響し、歪みは発生しません。

この手法の代表的なアプリケーション例は、ハイファイ・テープ録音システムです。図 2b に概要を示す Burwen Laboratories Model 2000<sup>1</sup> のダイナミック・レンジは、15 ips のテープレコーダ使用時で 110 dB です。

<sup>1</sup> "Design of a Noise Eliminator System," by R.S.Burwen, Audio Engineering Society Preprint No. 838 (B-8) , October, 1971.

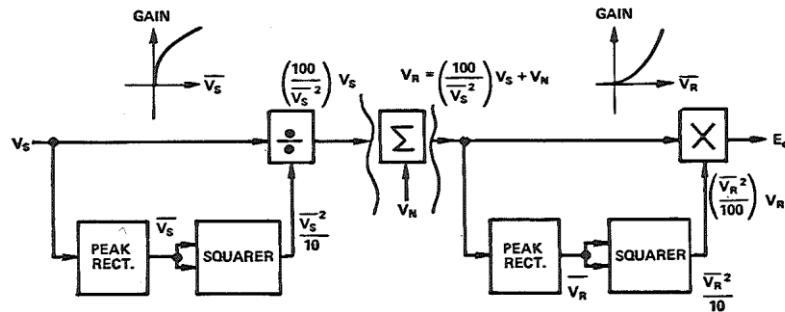


図 2a: ゲインの圧縮と展開ゲイン関数は非線形ですが、信号は基本的に終始歪みなしで伝送されます。

小信号は伝送前に大幅に増幅されます。  
ノイズは二乗することによって抑制されるか、  
高信号レベルによってマスクされます。

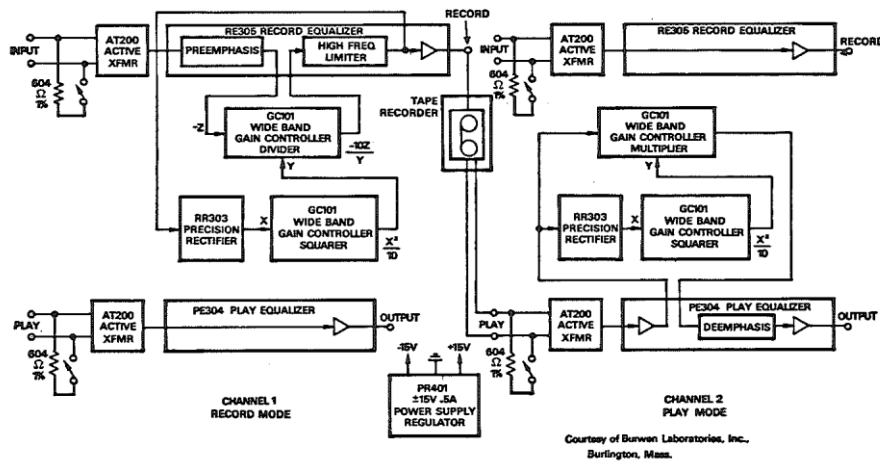


図 2b: 110 dB のダイナミック・レンジを持つ市販のワイドレンジ録音再生システム。

## 信号生成

信号生成については、可変周波数 2 相発振器を含むいくつかの方式を 2-2 項に示しました。同項に示したように、周波数、位相、振幅などの制御には非線形素子を使用できます。追加的な例として、歪みが非常に少ない (0.01 %)、固定周波数 (1 kHz)、単相の位相シフトサイン波発振器の回路図を図 3 に示します。その振幅 (約 7 V<sub>rms</sub>) は、波形に影響を与えることなく、ある程度の線形減衰を提供する AGC ループによって制御されます。

アンプ A1 は、ゲイン +3 の非反転アンプとして接続されます。1 kHz に調整されたバンドパス・フィルタ R1、C1、R5、C2 は、周波数選択型の正帰還を提供し、回路を  $f_0 = (2\pi RC)^{-1}$  で発振させます。

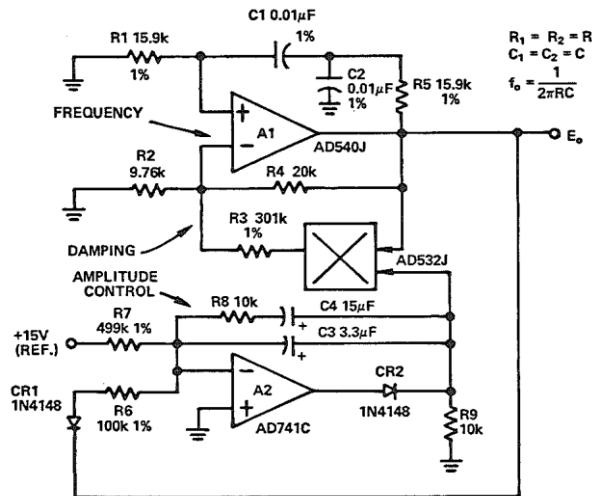


図 3: 低歪み発振器

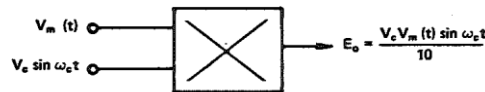
出力振幅はダイオード CR1 を介して計測され、R7 に流れるリファレンス電流と比較されます。誤差は積分器 (A2) によって蓄積されて一方の積分器入力に与えられ、A1 の周囲の負帰還を増加または減少させて、発振器のゲインと減衰に相応の影響を与えます。定常状態での積分器への正味入力はゼロで、その出力は一定です。また、R4 は、発振を一定振幅で安定した状態に保つのに適した値を持つ大きなトリミング抵抗と、実質的に並列です。

乗算器出力は基本的に線形で、発振器アンプの「副尺的な」ゲイン調整を提供するために減衰されるので、その歪みが出力に与える影響は無視できます。歪みは、主として、発振周波数におけるオペアンプ A1 の非線形性の影響を受けます。AD540J FET 入力オペアンプは、0.01 % 前後の歪みを発生させます。0.04 % の歪みを許容できる場合は AD741C を使用できます。

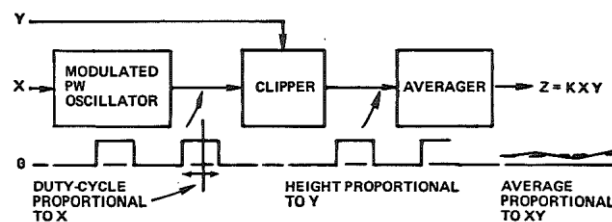
コンデンサ C1 と C2 は、発振周波数を変えるために変更できます。振幅リファレンス（図 3 の +15 V）は、ツェナー・リファレンス・ダイオード（9 V ダイオードの場合は R7 を 301 kΩ に減らす）によって提供することができます。

## 変調

「乗算器」という語と「変調器」という語は密接に関係しています。変調プロセスでは、ほぼ例外なく乗算を使用するか生成します。これを示すために、「平衡変調器」が単にアナログ乗算器であることを図 4a に示します。また、図 4b には、「パルス高-パルス幅」乗算器のブロック図を示します。1 つの変数が振幅を変調し、もう 1 つがデューティ・サイクルを変調します。面積（平均算出回路によって計測される）は、2 つの入力の積に比例します。これまでは、乗算器が変調に使われる頻度よりも、変調が乗算器の設計に使われる頻度の方がはるかに多かったのが実状です。しかし現在では、低価格の IC トランスコンダクタンス乗算器が出現したことにより、これとは逆の傾向になりつつあります。アナログ乗算器は、振幅変調器（図 5）から三角波、矩形波、およびサイン波の周波数変調（2-2 項、図 3、8、および 9）まで、さまざまな変調アプリケーションへの使用が検討されるようになっていきます。



a. 平衡変調器としての乗算器



b. パルス高-パルス幅変調乗算器、第 1 象限

図 4: 変調と乗算

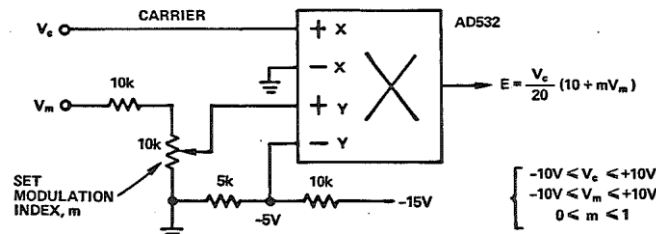


図 5: 振幅変調器としての乗算器

電圧対称の（ただし必ずしも時間対称ではない）三角波は、変調波形によって三角波をバイアスし、高精度コンパレータによってゼロ通過を検出することによって、デューティ・サイクル変調された矩形波パルス列を生成するために使用できます（図 6）。

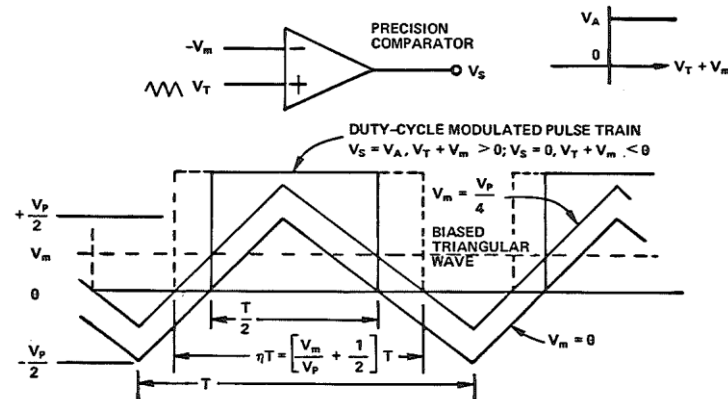
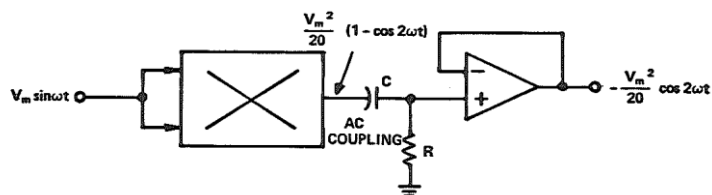


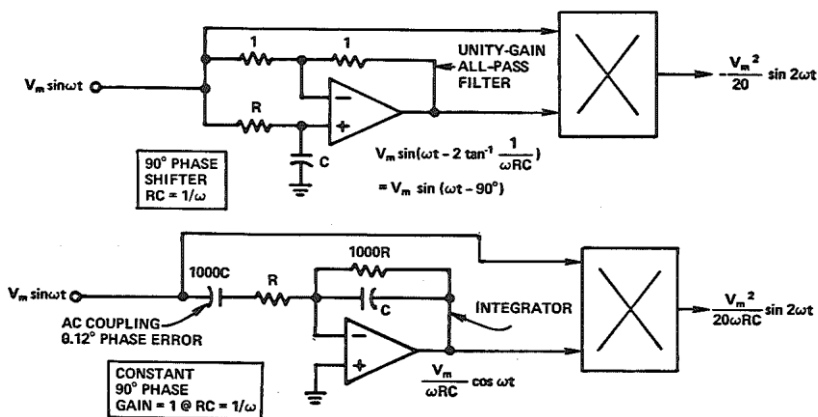
図 6: デューティ・サイクル変調された三角波

## 周波数通倍と n タプリング

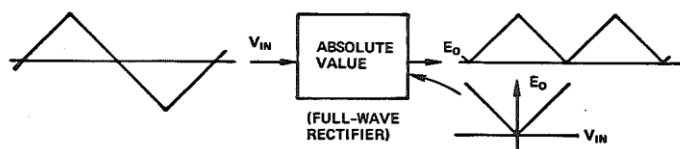
二乗演算器として接続された乗算器は、周波数が入力サイン波の 2 倍で歪みの小さいサイン波を得るために使用できます。出力の DC 成分は、ハイパス・フィルタで除去できます（図 7a）。あるいは、積分器またはオールパス・フィルタを使って、入力の 1 つを  $90^\circ$  位相シフトさせることができます（図 7b）。この方法には、振幅変動があっても出力に大きな過渡「バウンス」が発生しないという利点がありますが、その性能は、周波数の影響をやや受けやすくなります。



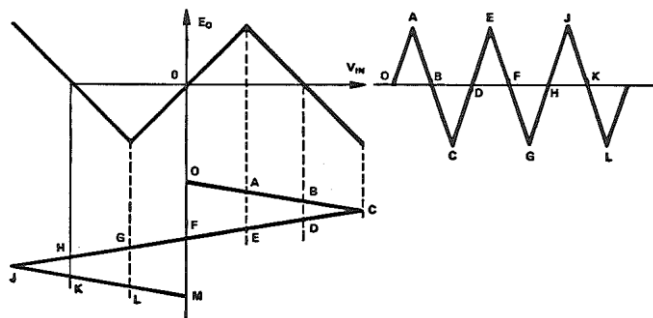
a. 周波数通倍器としての乗算器



b. 「低バウンス」周波数通倍器としての乗算器 - 2 つのアプローチ



c. 三角波周波数通倍器としての絶対値



d. 3 つの区間線形セグメントを使用した三角波 3 通倍器

図 7: 周波数通倍 (2-1、2-3、3-5 項を参照)

これに対し、図 7a の回路は、フィルタのクロスオーバーより十分高い周波数では広帯域です。通常、2 周波数信号の位相誤差は乗算器の -3 dB 周波数の 1/100 で顕著になり、-3 dB 周波数の 1/10 より上ではエンベロープ振幅の精度が低下します。

三角波の周波数は、絶対値回路を使用して 2 倍にすることができます（図 7c）。振幅が一定の場合は、DC レベルをバイアスで相殺できます。あるいは、カットオフ周波数が基本周波数より十分に低ければ、AC カップリングを使用することができます（位相シフトがサイン波の形状に影響することはありませんが、三角波には歪みが生じます）。

矩形波と三角波は、区間線形電圧鋸歯演算器を使用して、周波数を 3 通倍、あるいは一般に整数倍することができます（図 7d）。ブレイクポイントのドリフトや漸増的なゲイン設定のため、3 を大きく超える係数値は実際のでなくなる傾向があります。必要な場合は、関数フィッタを使用して、周波数を 3 通倍した三角波出力をサイン波形に整形できますが、これは注目すべき点です。

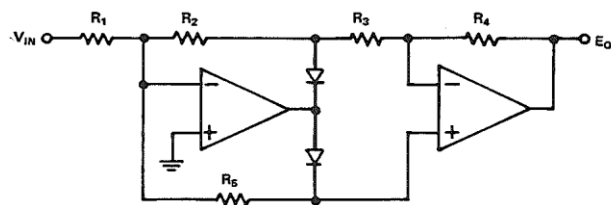
## 復調

2-3 項では、ピーク、平均、および RMS の各計測基準について述べました。振幅変調された信号の復調にも同様の手法が使われます。2 つの「理想ダイオード」高精度全波整流器回路を、図 8 に示します。この回路はおそらく、2-3 項の図 13 ほど良く知られてはいないと思います。図 8a の回路は 5 個の等しい抵抗を使って増幅度を持たない構成にしておき、入力ソースから単一方向経路になります。図 8b の回路は高インピーダンス入力になっていますが、これは、信号源を無負荷状態にしなければならない場合や、長い時定数の AC カップリングが必要な場合に、特に便利な機能を持っています。いずれのケースでも考えられる欠点は、個別の段で出力平均フィルタリングを行う必要があることです。これらの回路の後には、必要であればピーク読み取り回路を配置することができます。

波形に極性情報が含まれている場合は、同期検出を使用できます。図 9 に示す方式では、矩形波リファレンス信号が、極性が交互に変わる半周期波形に正と負の一定電圧を乗じます。信号とリファレンスの位相が一致している場合の全波整流出力は正で、位相が反対の場合の出力は負になります。信号とリファレンスがサイン波の場合、出力の平均値は  $(V_{rm}V_{sm}/20) \cos\theta$  に等しくなります。ここで、 $\theta$  は位相角、 $V_{rm}$  と  $V_{sm}$  はリファレンスと信号の振幅です<sup>2</sup>。位相シフトが小さい場合は、検出精度に大きい影響を与えることはありません。例えば、 $0.8^\circ$  の場合の誤差は 0.01 %、 $2.56^\circ$  の場合は 0.1 %、 $8^\circ$  の場合は 1 %、 $18^\circ$  の場合は 5 % です。信号とリファレンスの位相が  $180^\circ$  ずれている場合は平均出力が負になりますが、理想的な位相許容誤差は同じです。

<sup>2</sup> 2-3 項の図 18 を参照。



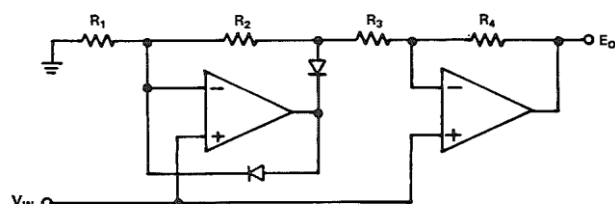


$$\text{GAIN CONSTRAINT: } \frac{E_O}{V_{IN}} = \frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1}, V_{IN} \geq 0$$

$$\text{SYMMETRY CONSTRAINT: } \frac{E_O}{V_{IN}} = \frac{R_5 \parallel (R_2 + R_3)}{R_1} \left( 1 + \frac{R_4}{R_2 + R_3} \right), V_{IN} < 0$$

$$\begin{cases} \text{FOR } R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5, \text{ GAIN} = 1 \\ \text{FOR } R_1 = R_2 = R_3 = R, R_4 = R_5 = 2R, \text{ GAIN} = 2 \end{cases}$$

a. 全波整流回路



$$\begin{cases} \frac{E_O}{V_{IN}} = 1, V_{IN} \geq 0 \\ \frac{E_O}{V_{IN}} = 1 + \frac{R_4}{R_3} - \frac{R_4}{R_3} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 1 - \frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1}, V_{IN} < 0 \end{cases}$$

$$\text{CONSTRAINT: } \frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} = 2, \text{ e.g., } R_1 = R_2 = R_3 = R, R_4 = 2R$$

b. 高入力インピーダンス全波整流回路

図 8: 絶対値（全波整流）回路

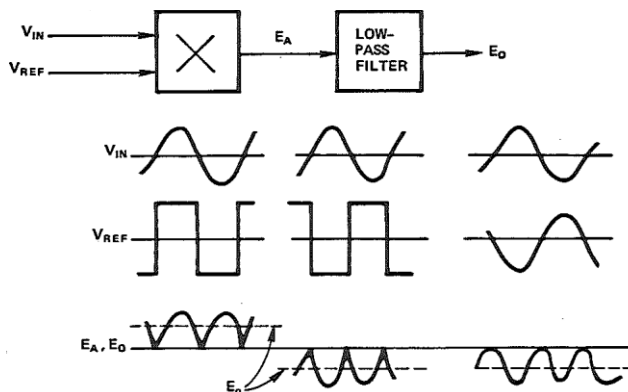


図 9: 同期（位相感応）検出

一方で、小さい位相のずれを計測したい場合は、入力の 1 つを  $90^\circ$  シフトさせることができます。この場合、平均出力は位相角の正弦に比例します。下の表は、 $\sin\theta = \theta$  という仮定に伴う本質的な理論的誤差の概要を示したものです。

$\theta_{\text{rad}}$	Angle		Sine $\sin \theta$	Fractional Error (% 1rad) $ \sin\theta - \theta_{\text{rad}} $
	$\theta_{\text{rad}}$	$\theta^\circ$		
0.084		4.813	0.0839	< 0.01%
0.180		10.31	0.1790	< 0.1%
0.390		22.35	0.380	< 1%
0.490		28.1	0.471	< 2%
0.670		38.4	0.621	< 5%

希望の精度に対して角度の範囲が大き過ぎる場合は、関数フィッティングの手法を使って誤差を減らすことができます。

正弦及び余弦復調と陰的帰還ループを組み合わせる「正接ロック」復調を行うことによって、線形性を大幅に改善することができます<sup>3</sup>。正接ロック復調器は、図 10 に示す要領で方程式を解きます。広い角度範囲にわたる線形性の改善に加えて、誤差プロットに示すように、線形性改善に伴って歪みが減少することで、ノイズ閾値、ホールドイン・レンジ、およびプルアウト周波数が改善することも期待されます（以下の説明を参照）。

$$-E_o = \frac{B \sin\theta}{1 + A \cos\theta} = B \sin\theta + AE_o \cos\theta \cong K\theta \quad (1)$$

<sup>3</sup> "Use this Tan-Lock Demodulator," by R.P.Hennick, Electronic Design No. 25, December 6, 1970, pp74-75.

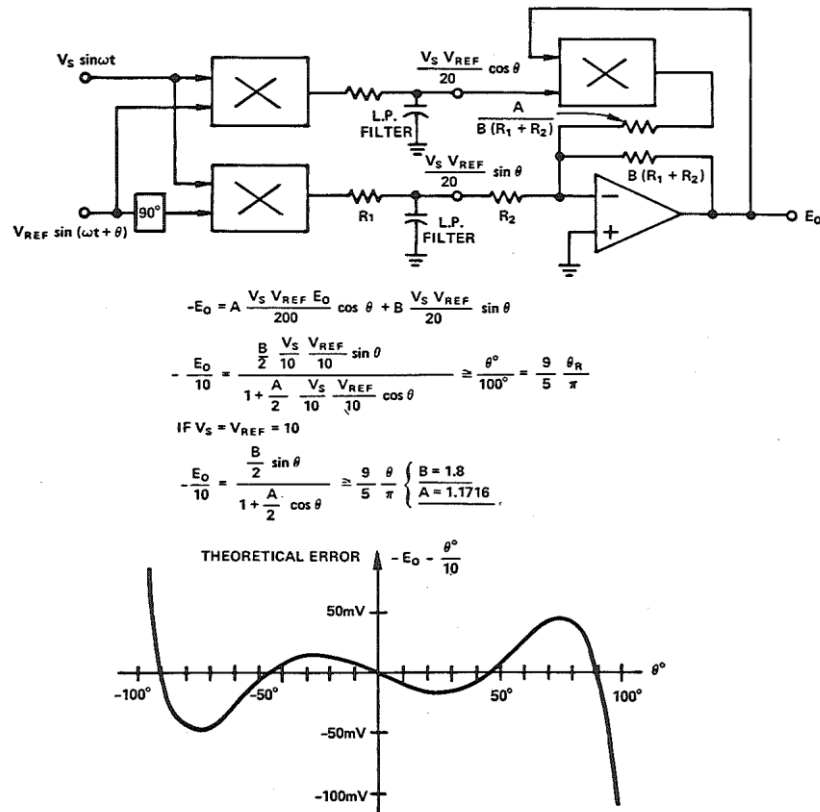


図 10: 「正接ロック」復調器回路、スケーリング、および理論的誤差

多くの場合、位相復調器の前段には、AC 入力振幅を一定に保ち、出力が振幅変調されるのを防ぐために、AGC または制限回路が置かれます。429 などの広帯域乗算器の 1 MHz における差動位相シフトは、 $1^\circ$  未満です。使われるのは出力の DC 成分だけなので、約  $24^\circ @ 1 \text{ MHz}$  の出力 2 周波位相シフトは重要ではなく、DC レベルは入力周波数特性だけに依存するという点が重要です。

## フェーズ・ロック・ループ (PLL)

位相検出器は、平均入力周波数との比較に使われる周波数を生成する帰還ループの「加え合わせ点」として使用できます。この周波数は、位相関係が（例えば  $90^\circ$  に）固定された状態で（理想的にはサイン波の定常状態で、 $\cos\theta = 0$ ）、比較後に「ロックイン」されます。通常、位相誤差は、高ゲイン・アンプを通じてローカル周波数発生器（電圧制御発振器）を駆動する DC 電圧の形を取ります。したがって、安定状態にあれば、ループは位相誤差をゼロに維持しようとし（図 11）。

帰還の原理に精通した人（今日では創造的にうまくオペアンプを使用する人など）にとってフェーズ・ロック・ループ (PLL) は、位相が入力変数で周波数（位相の変化率）が帰還される点を除くとオペアンプに似ていると思われるかもしれません。フェーズ・ロック・ループの「ループ・ゲイン」は  $\% \Delta f / \text{radian}$  で表されます。

フェーズ・ロック・ループの基本要素は、上に述べたように、位相検出器、フィルタアンプ（位相誤差を表す DC 電圧からの AC 成分除去と、誤差信号の増幅用）、そして電圧制御発振器（VCO）です。

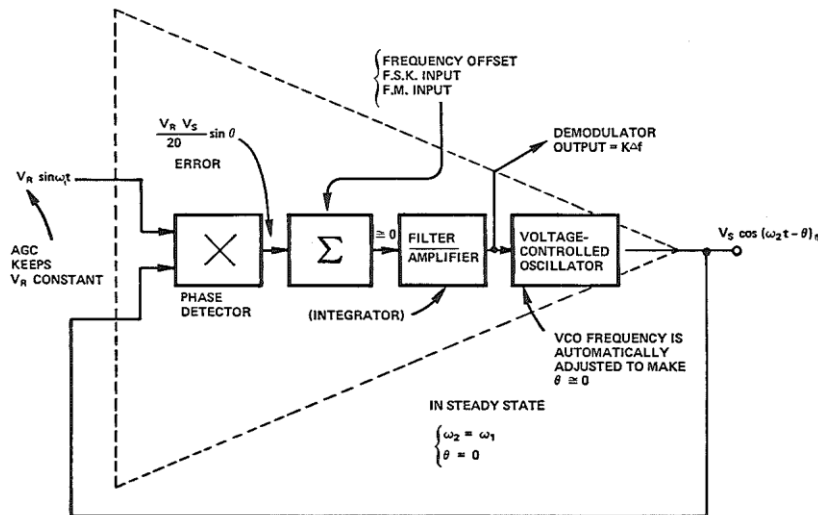


図 11: サイン波信号に応答するフェーズ・ロック・ループ  
(位相フォロワ)

フェーズ・ロック・ループのアプリケーションは、基本的に 2 つのクラスに分けられます。1 つは、入力周波数に応答する能力に基づく周波数の再生成と通倍、および狭帯域フィルタリングです。もう 1 つは、うまく設計された位相検出器と VCO が、DC 電圧に対して安定した状態で正確かつ線形に応答する能力に基づく周波数変調と復調です。

最初のクラスでは受信信号にノイズが多く、歪んでいて、実際に周波数にもジッタが存在します。フェーズ・ロック・ループの役目は、平均信号周波数にロックインされた、適切な形状のクリーンな波形を生成することです。フィルタは、出力周波数が急激な位相の変動に応答してしまうのを防ぎます。これは、平均位相誤差をなくすのに役立ちます。VCO は、それほど高い線形性を備えている必要はありませんが（位相検出器についても同様）、ループをキャプチャする（つまり制御を維持する）周波数または位相の範囲は、信号周波数または高調波（ループの役目が周波数通倍である場合）で予想される変動を包含できる程度に、十分に広くなければなりません。

2 番目のクラスでは、VCO または位相検出器、もしくはその両方が、変調された信号内に存在する最大偏差に対応するダイナミック・レンジ内で、線形関係を保っている必要があります。フィルタは、搬送波をフィルタで除去できる程度に低速でなければなりません。同時に、変調に追従できる程度に高速でなければなりません。ループが周波数変調信号用の復調器としての役割を果たす場合は、VCO の出力が変調をトラッキングして、VCO の「DC」入力が復調出力電圧となります。ループが変調器としての役割を果たす場合は、位相検出器の後の電圧加え合わせ点に、変調信号が加えられます。出力周波数は、位相誤差電圧を生成するために必要な範囲で変化します。位相電圧誤差は、入力周波数にロックインされた状態のまま、変調信号によって生じる変動に合わせて継続的に調整されます。

中間的なクラスが「周波数シフト・キーイング」(FSK) で、この場合、変調信号は電圧のステップ変化（バイナリ・ロジック・レベルの変化など）で、この変化が周波数をステップ変化させます。受信端では、電圧のステップ変化に合わせて、ループが周波数のステップ変化に応答します。この形態の動作は、多くの場合「モデム」(MODEM: MOdulate-DEModulate) と呼ばれます。線形関係は求められませんが、位相-電圧-周波数の帯域が適切なものでなければなりません。

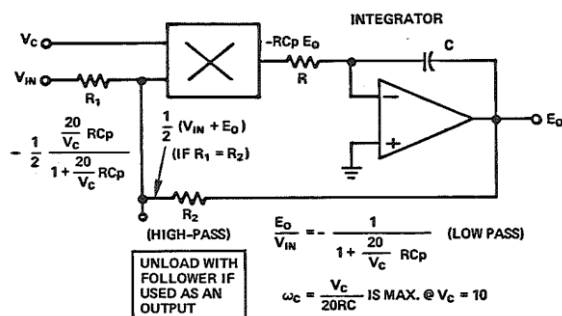
信号出力と VCO 出力は、ループが高調波にロックインされないことを保証できる限り（意図的にロックインする場合を除き）、任意の波形とすることができます。フェーズ・ロック・ループは能動的なクローズドループ・システムなので、動的に不安定にならないように（希望どおりの動作をせずに暴走したり発振したりすることがないように）設計する必要があります。通常、ロックインを制御するにあたっては 2 つの周波数範囲が重要になります。ロックイン状態を確立できる周波数帯を表すキャプチャ（プルイン）レンジと、ロックイン状態を維持できる周波数帯を表すロック（ドロップアウト）レンジ（トラッキングまたはホールディング）で、これはキャプチャ・レンジより常に広くなります。

2-2 項（およびこのハンドブックの随所）には、VCO 設計に関するいくつかの概念が示されています。低価格のモジュラー型および IC 型乗算器の出現によって、今日では、高性能の中間周波数フェーズ・ロック・ループがきわめて現実的なものとなりました。将来的には、今日の初歩的 IC デバイスの性能をはるかに超え、ごくわずかな外部部品しか必要としないような、より高精度アプリケーションに適した、集積回路化されたフェーズ・ロック・ループの出現が予想されます。

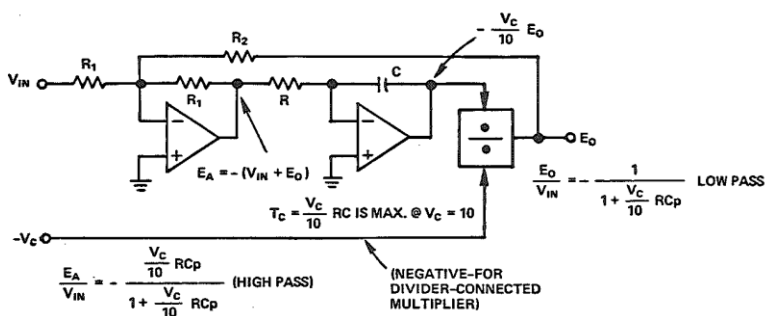
## 電圧制御フィルタ

「状態変数」アクティブ・フィルタは、必要な伝達関数をシミュレートするために、1 つまたは複数の積分器を伴うアナログ計算帰還ループ（1 つまたは複数）が使われているフィルタです。コンパクトさでは通常のアクティブ・フィルタ回路に劣りますが、 $n$  次多項式によって特性付けられる伝達関数を得るために必要なオペアンプの数に関しては、重要な利点を備えています。積分器の前（または後）にアナログ乗算器（または除算器）が配置されている場合、全体特性周波数  $\omega_0$ （または特性時間  $T_0$ ）は、乗数または除数となる入力電圧に比例します。この場合は、内蔵のコンデンサを制御電圧に比例または逆比例させる形で実際に調整できるようにフィルタを構成することができます。したがって、インダクタを必要としないフィルタの場合、概念的には、単一の電圧を使って、ほかのパラメータに影響を与えることなくフィルタの周波数スケールを操作することが可能です。これには、コンデンサ 1 個あたり 1 個ずつ乗算器が必要です。このような条件は、これまでは非現実的でしたが、現在では乗算器／除算器の価格が低下しているので、十分に実現可能です。

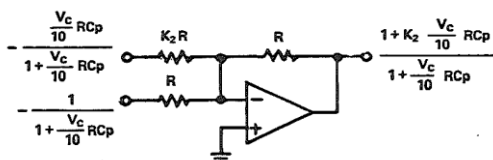
乗算器 (a) または除算器 (b) を使って、1 次進みまたは遅延の「ブレーク」周波数または時定数を調整する方法を、図 12 に示します (c に示すリード・ラグの場合、出力は適切な極性と係数を持つ外付けの加減算器で合計されます)。乗算器は積分器の前に置かれ、その入力で受動的な加算が行われますが、除算器は積分器の後に置かれることに注意してください。その理由は、例えば積分器の後で乗算器を使用した場合は、どのような結果が得られるかを考えれば分かります。乗算器の出力が 10 V の場合は、10 V 未満のあらゆる  $V_C$  の値に対して、積分器出力が 10 V より大きくならなければなりません。積分器の前に乗算器を置けば、クローズドループ内の積分器出力が回路への入力より大きくなることはないので ( $R_2/R_1$  を掛ける)、レンジ逸脱に関する問題を解決できます。乗算器のスケーリングは基本的に  $V_1V_2/10$  なので、乗算器出力が 10 V を超えることもなくなります。同様に、積分器の後に除算器を置けば、このケースについてはレンジ逸脱に関する問題を回避できます。



a. 乗算器がユニット遅延回路のブレーク周波数を調整



b. 除算器がユニット遅延回路の時定数を調整



c. 加算器回路が (b) の出力を結合して (正規化された) リード・ラグ応答を形成

図 12: 乗算器または除算器を使用した 1 次可変フィルタ

除算器が、負の分母電圧を必要とする帰還構成の従来型乗算器である場合は、図 12b の構成にすれば、両方の出力（ローパス）とその導関数（ハイパス）を使用できます。導関数が正のゲインを持つ場合は、反転加算アンプを省略するか（ローパスのみ）、非反転加算器に置き換えることができます（ハイパスとリード・ラグ）。

乗算器／積分器素子は、より高次の状態変数フィルタを形成するために組み合わせることができます。例えば、図 13 は 2 次フィルタを示しています（2-2 項図 9 の発振器回路との類似性に注意）。このフィルタは、どの出力または出力の組み合わせを使用するかに応じて、ハイパス、ローパス、バンドパス、バンドリジェクト、オールパスなどに使用できます。この場合も、理想回路素子に関して言えば、制御電圧  $V_c$  は周波数スケールだけに影響するという点に注意することが重要です。減衰および係数の重み付け、正規化された周波数応答特性、正規化された時間応答などは、いずれも影響を受けません。

この特徴は、 $n$  次バターワース、チェビシェフ、ベッセル、またはその他の応答特性を得るために、1 次および 2 次フィルタをカスケード接続した場合に特に役立ちます。相対周波数と減衰の関係が設定されてしまえば、カットオフ周波数を調整するための  $V_c$  の変化が係数の重み付けに影響することはありません。

デジタル制御が必要な場合は、AD7520 IC などの D/A コンバータを複数使用することによって、乗算器ブロックを構成することができます。

可変時定数積分器と、それによって可能になる調整可能なフィルタ回路は、いくつかの方法で有効に利用できます。例には、アダプティブ・コントロール（自動的に最小化された制御ループ誤差関数を実現するための時定数調整）、スペクトル解析（定常波形の振幅スペクトルを得るための可変周波数掃引）、可変アナログ遅延ライン、オーディオの「ヒス」および「ランブル」ノイズ削減のための可変帯域幅システム、狭帯域信号用の調整式キャリア送信機および受信機、プログラマブル・フィルタなどが含まれます。フィルタが発振器周波数を制御する場合は、フェーズ・ロック・ループによる FM 検出に使用することができます。この場合、フィルタへの入力、トラッキングに必要な位相検出器の出力電圧で、変調信号に比例します。



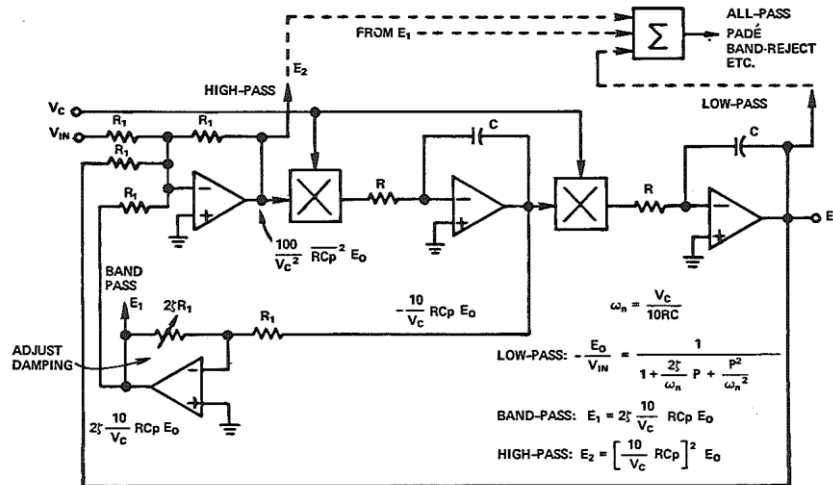
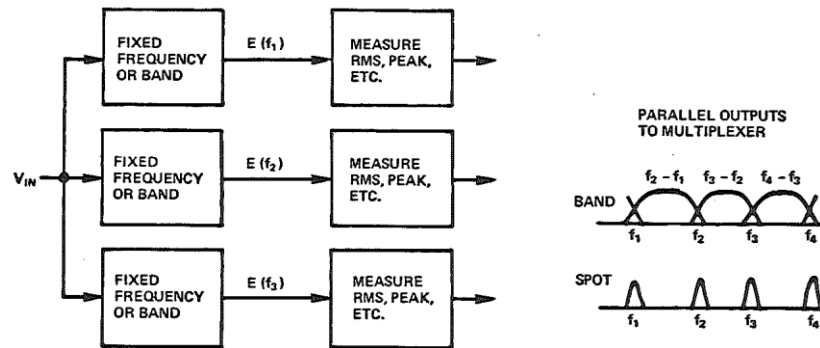


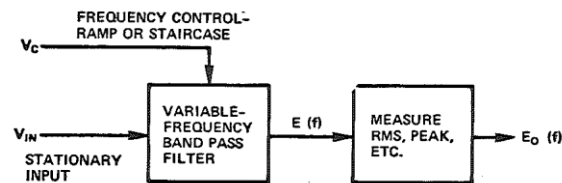
図 13: 2 個の乗算器を使用した可変固有振動数の 2 次フィルタ。  
必要な場合は、乗算器を介して減衰を制御することもできます。

## スペクトラム・アナライザ

信号スペクトルを解析してプロットする方法は数多くあります。ここに示す手法とデバイスに關係するものをいくつか挙げると、「スポット」計測（または周波数「コンボ」）、バンド計測、および掃引計測があります。最初の 2 つのタイプは、固定周波数（狭帯域用またはバンドパス）フィルタを並列で使用するか、シングル・ステップ（狭帯域用またはバンドパス）フィルタを使用して実現することができます（図 14）。多数の周波数や帯域を計測する場合は、直列ステップ・フィルタによる方法が装置的にははるかに経済的ですが、計測により多くの時間がかかります。掃引フィルタは連続的な「スポット」計測を提供できますが、掃引は、その変化率の結果として大きな誤差を発生させない程度に低速でなければなりません。DC 計測基準は、RMS、ピーク、平均、または「ステップあたりワンショット」の積分計測とすることができます。



a. 並列フィルタ

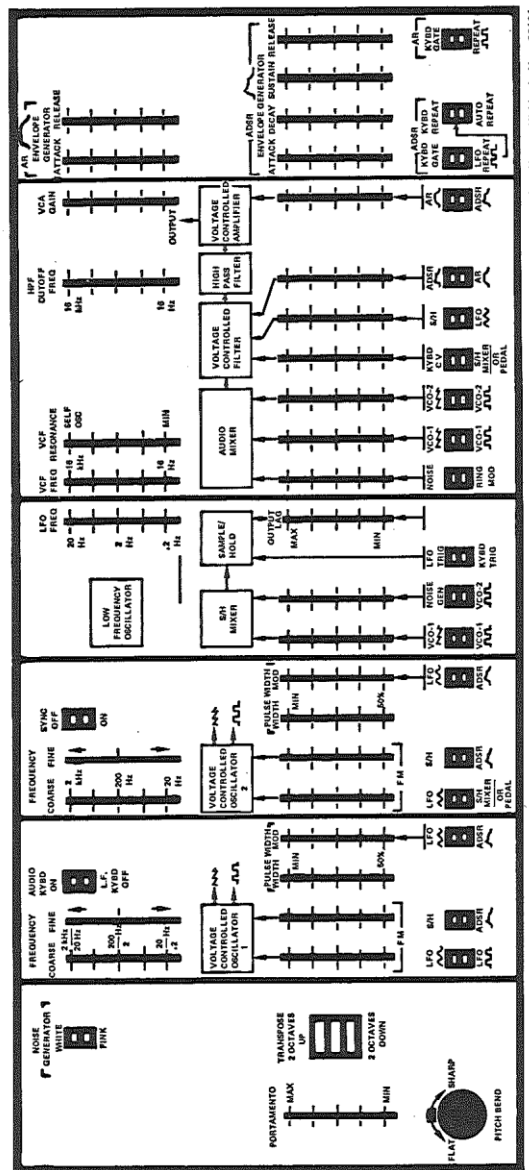


b. 1つの可変周波数フィルタ

図 14: スペクトラム・アナライザ

## ミュージック・シンセサイザ

これらの汎用装置は、作曲家、パフォーミング・アーティスト、および特殊効果クリエイターを支援する、きわめて広範なオーディオ波形とサウンドを包含する色調パレットとしての役割を果たします。これらの装置を使用すれば、広範なピッチ、トーン、ADSR シーケンス、振幅、およびそれらの組み合わせを、線形と非線形の両方で選ぶことができます。また、これらの装置は、電圧制御アンプ、電圧制御発振器、電圧制御フィルタ、変調器と復調器、フェーズ・ロック・ループ、サンプル & ホールド、ノイズ・ジェネレータ、圧力感応型トランスデューサを含め、ありとあらゆる波形処理の手法と技術を使用する傾向にあります。また、アナログ機能とデジタル (ROM) 機能の両方が使われます。図 15 は、中程度の価格帯で市販されている代表的なキーボード (楽器) ARP Odyssey のコントロール・パネルです。



Courtesy of ARP Instruments, Inc., Newton Highlands, Mass. 02164

図 15: 代表的なミュージック・シンセサイザの機能

### まとめ

この章では、オーディオ通信や信号処理に使われるいくつかの手法と、それらの手法に関し、低価格かつコンパクトで、包括的に仕様が定められた今日のモジュラー型および IC 型の非線形デバイスが果たし得る役割について、簡潔かつ示唆的な形で触れるよう努めてきました。これらの手法やデバイスを実際に使用するにあたっての（スペースと時間の制約による）取捨選択については、創造性への課題として読者の皆様の検討に委ねたいと思います。

## 2-5 計算と制御

アプリケーション・セクションの最後となるこの章では、産業分野に非線形アナログ計算手法を使用する方法をいくつか検討し、さらにいくつかの追加的な手法を提案します。また、これまでに示した概念の応用を再検討して、さまざまな構想をめぐらす読者が着想した概念にとって実際に有益と思われるトピック、そして成功の土壌となることが期待されるトピックをいくつか挙げます。デバイス性能の向上、コストとサイズの削減、複数の供給元から容易に入手できることなどが、これらの概念の多くを、「単に興味あるもの」から設計者の日常ツールとして利用できるようなものに変えてきた点に留意することが常に重要です。

### フィルタなし 3 相電源の計測

図 1 は、3 相システムの平均電力を計算するための簡単な方法をブロック図で示したものです<sup>1</sup>。位相電圧に比例する電圧とそれに対応するライン電流が、3 つの乗算器で個別に乗算され、その出力が合計されます。出力はバランス・システム用のリップルのないもので、3 つの平均レベルが算出され、2 周波数の AC 成分が相殺されます。

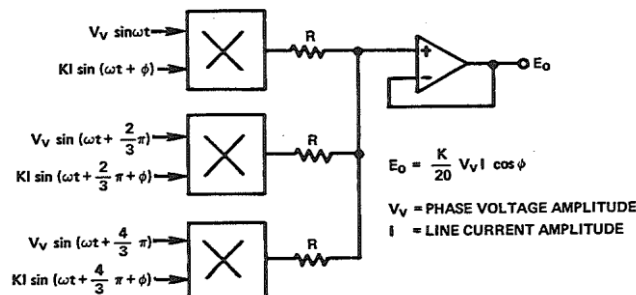


図 1: フィルタなしの 3 相平均電力計測

本質的な遅延を伴うローパス・フィルタリングが不要なので、電力レベルの迅速な計測や検出が可能になります。各乗算器の一方の入力の位相が  $90^\circ$  シフトしている場合、出力は、無効電力  $KV_V I \sin\theta$  の連続計測値になります。 $90^\circ$  の位相シフトは、線間電圧を計測し、アナログ回路の浮遊係数  $\sqrt{3}$  を吸収することによって得ることができます。

改善された応答速度が、より高速の応答、より安定した制御ループ、そして、クリーンで計測が容易なモニタリング信号を実現可能にします。興味深いアプリケーションの 1 つが、同期モーターの励磁制御です。

実効電力と無効電力の他にも、実効電力と無効電力の計測値をさまざまな方法で組み合わせることによって、有用な出力信号を得ることができます。例えば、二乗和の平方根（2-3 項の図 20）は、合計ボルト・アンペア数の計算に使用できます。電力とボルト・アンペアの比が力率（ $\cos\theta$ ）で、位相角が小さい場合、無効電力とボルト・アンペアの比は位相角の良好な近似値となります。力率の非線形関数である実効電力と無効電力の比  $\tan\theta$  は、感度が高いので制御信号として特に有用です。

最後に、この方法は多くの場合、同期モーターの励磁を制御し、低負荷時にモーターを過励磁状態にして負荷の増大とともに励磁量を減少させ、最大負荷時にモーターの通常電流制限を超えないようにようにするのに役立ちます。この動作のための制御基準は、ある定数に等しくなるように無効電力と実効電力の単純な線形の組み合わせを設定することによって、確立できます。

<sup>1</sup> "Detection and Measurement of Three-Phase Power, Reactive Power, and Power Factor, with Minimum Time Delay," by I.R.Smith and L.A.Snyder, *Proc.IEEE*, November, 1970, p. 1866.

## 比例計測 — 光の透過率

図 2 は、光源レベルの変動に関わりなく、未知の媒体による光の透過率あるいは吸収率を計測する際に一般的に使われる方式です。光は、基準媒体（空気や真空の場合もあります）と未知の媒体を通して伝達されます。両方のサンプルが、1 組の整合された光検出器によって電流に変換されます。756 対数比モジュールは、（基本的に入力インピーダンスがゼロのときの）出力電流を、これら両者の比の対数に比例した出力電圧に変換します。

計測は比例的に行われるので、光源の輝度には依存しません。また、計測は対数的に行われるので、広範（4 デイケード）な未知数を正確に扱うことができ、さらに、吸収率または透過率を対数単位で直接読み出すことができます

一般に、アナログ除算器を使用する比例計測、特に対数比計測は、あらゆるアプリケーションに有効です。また、コストが低下し、入手性と性能が向上したことで、かつてないほど広範なアプリケーション用として、ますます実現可能で利用しやすい存在になりつつあります。

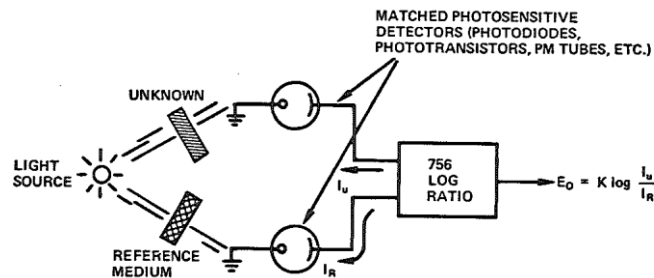


図 2: 光源の変動に依存しない光の透過率計測。  
対数比が相対的な透過率または吸収率を直接指示。

## 指数減衰時定数

指数減衰の時定数を迅速に計測、計算し、連続的に表示するために使用できる回路を図 3 に示します。例えば、10 分の時定数を数秒以内に計測することができます。

動作原理は単純です。 $e^{-t/\tau}$  の時間微分は  $-(1/\tau) e^{-t/\tau}$  です。したがって、この時間微分値を負にした値で引数を割った結果が、スタートアップ・トランジェントの消滅直後の時点で得られる時定数  $\tau$  です。

積分器は、動作を安定させて高周波数で過度のノイズが発生しないようにするために、2 次ロールオフ ( $R_c C$  と  $R C_c$ ) を備えています。当然、これらの時定数は、計測しようとする最小時定数より短くなければなりません、その事例に求められる値より短くならないようにする必要があります。

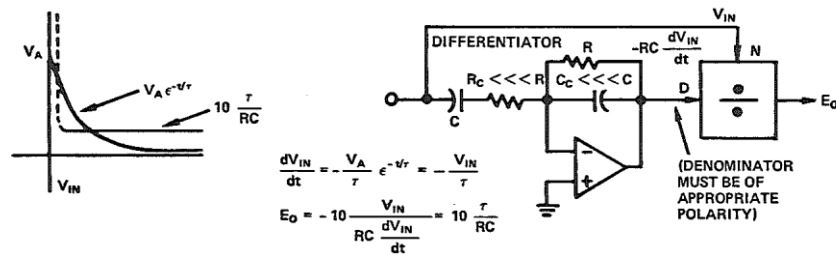


図 3: 指数減衰の時定数を決定するための回路

計測対象時定数の範囲がかなりの広さである場合、除算器は、広いダイナミック・レンジを持つ信号を扱えるものでなければなりません。log  $\tau$  でもよい場合は、対数比デバイスとすることもできます。

アプリケーションには、補正とコンデンサ計測が含まれます。バッテリーの放電や、コンデンサの誘電体吸収など、低速で変化する現象の計測値を迅速に得たい場合には、特に適しています。測定値を連続的に記録することによって、あるいは適時波形をサンプリングすることによって、時定数の「品質」を調べることができます（例えば、本当に指数応答になっているか）。微分器は、大きな誤差を発生させないものでなければなりません。したがって、初期許容誤差が問題とならないような場合でも、コンデンサは使用可能なものの中で最も高いグレードのものとする必要があります（ポリスチレン、テフロン、ポリカーボネートなど）、アンプもリーク電流が小さく低ノイズのものを選ぶ必要があります。



## ガス流量の計算

これは、変数の数に依存する量を、基本的に直接測定値として得るため、トランスデューサ出力のコンディショニングに低価格の非線形アナログ回路素子を使用する場合の例です。

ノズル、ベンチュリー、あるいはオリフィスなどの抵抗要素を通過するガス流量を計測するには、絶対圧力、絶対温度、および圧力降下がわかっている必要があります。ガス流量とこれらの変数に関連付けるために通常使われる方程式は、以下のとおりです\*。

$$F = K_1 \left( 1 - K_2 \frac{\Delta P}{P} \right) \sqrt{\frac{P \Delta P}{T}} \quad (1)$$

P と比べて  $\Delta P$  が小さい場合、この式は、良く使われる次の式に単純化できます。

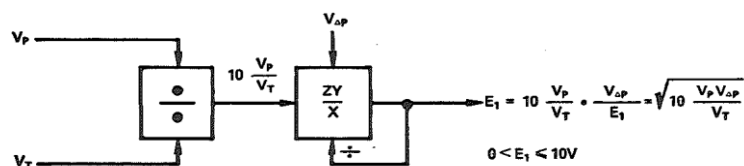
$$F = K \sqrt{\frac{P \Delta P}{T}} \quad (1a)$$

式 (1a) の計算に除算器と乗除算器を使用する方法を図 4a に示します。K の値が固定されている場合、電氣的入力、全出力レンジ ( $E_1$ ) を利用するために、なおかつフル出力を生成するさまざまな組み合わせに合わせてできるだけ多くの入力レンジを利用するために、前段のプリアンプでスケーリングされます。入力除算器が乗除算器の場合は、 $K_2$  を調整することによって 3 番目の入力を一定電圧とすることができます。

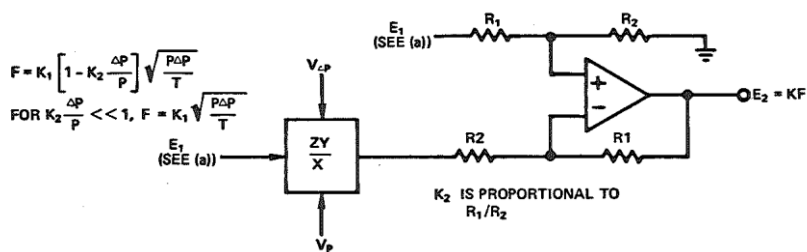
式 (1a) を実体化するための対数回路の使用方法を、図 4c に示します。3 個の変数すべてが広い範囲で変化する場合、対数アプローチの方が有効です。これは、出力のスケーリングが適切に行われている限り、オーバーレンジを恐れることなくスケーリングを柔軟に行うことができるからです。

式 (1) を使用する場合は、式 (1a) の出力を図 4b の回路に供給することによって、この式を実体化することができます。これは結局、抵抗比  $R_1/R_2$  によって決まる係数  $K_2$  を使って、 $E_1 V_{\Delta P}/V_P$  に比例する補正項を  $E_1$  から減じることになります\*。流量回路の出力を積分すれば、ある時間内での合計流量を得ることができます。あるいは、ユニット遅延またはその他の平均化フィルタで出力を平均することができます。

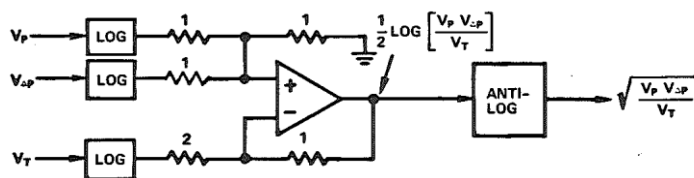
\* NASA Tech Brief 71-10407, Lewis Research Center, J. Watson, D. Noga, J. Dolce, and J. Gaby, Jr., "Low-Cost Logarithmic Mass Flow Computer"



a. 近似ガス流量  $F = K \sqrt{\frac{P \Delta P}{T}}$



b. ガス流量  $= K_1 \left[ \sqrt{\frac{P \Delta P}{T}} - K_2 \frac{\Delta P}{P} \sqrt{\frac{P \Delta P}{T}} \right]$



c. 対数回路

図 4: ガス流量回路の構成

\* 図 4b の減算器構成は、このハンドブック（およびその他の書籍等）に示す回路のうち、 $(x - Ay)$  という形の差を必要とする多くの回路の実装に有効なはずで、ゲインまたは減衰  $-A$  は  $R_1/R_2$  によって決まり、抵抗比を図に示すように合わせると、正入力のゲインは 1 になります。

## 逆対数を使用した酸素濃度

イオン濃度の電氣的測定は対数形式で行います。29°C の溶液では、1 デイケードの相対濃度変化（つまり、 $\times 10$  または  $\times 0.1$ ）は、増減に応じた極性の 60 mV の変化を計測用電極に発生させます。

実際の（相対）濃度を計測したい場合、検出器の出力はプリアンプで増幅されて、逆対数回路の入力に送られます。この処理を行うための回路を

図 5 に示します<sup>2</sup>。

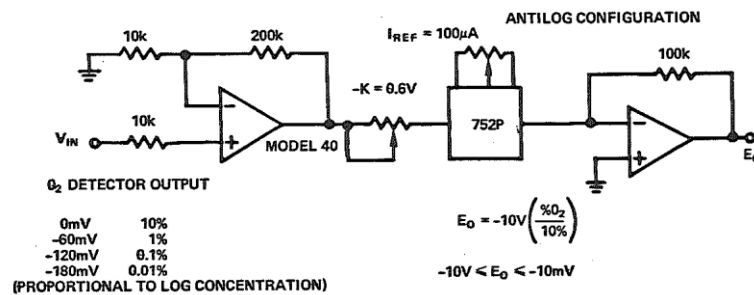


図 5: 酸素検出器の線形化回路

## トランジェントのないレンジング・ピコアンメータ

反転型オペアンプを使用する従来型のエレクトロメータ回路には、入力電流を出力電圧に変換するために、値の大きい帰還抵抗が必要です。入力幅広い範囲にわたる場合は、値の大きい抵抗を複数必要とする、手動または自動のレンジ切替えが必要になることがあります。

このような回路を設計する際には、考慮すべき不安要素がいくつかあります。まず、10 kM $\Omega$  領域およびそれ以上の抵抗は、許容誤差が厳しいものや、時間と温度に対する安定性が良好なもの入手するのが困難です。浮遊容量は、これらの回路の応答を非常に遅くする傾向があります。また、レンジ・スイッチはリークと容量を伴う傾向があって、本質的な定常誤差に加えて、スイッチング後の設定時間が数秒単位になることがあります。これは自動レンジ調節には明らかに不利です。さらに、どのような手段を用いたとしても、低レベル電流計測には本質的にさまざまな問題が存在します。例えばケーブルの問題、浮遊容量と電流リーク、およびアンプ入力回路に関する問題などです<sup>3,4</sup>。

<sup>2</sup> 4.3 項も併せて参照のこと。

<sup>3</sup> アナログ・ダイアログ、Volume 5、No. 2、"The World of fA—Op Amps as Electrometers" を参照。

<sup>4</sup> "High-Performance Flame-Ionization Detector System for Gas Chromatography," *Hewlett-Packard Journal*, Volume 24, No. 7.

この問題に対する実行可能な解決法（図 6）には、モデル 434 乗除算器に採用されている対数／逆対数回路と同様の回路を使用する必要がありますが、その入力の 1 つは、エレクトロメータ・レベルの電流処理専用設計します。入力電流は A1 の帰還回路内で「対数化」され、入力  $I_{REF}$  と比較されます。比  $I_{IN}/I_{REF}$  は電圧リファレンス  $V_R$  の対数を加えることによって乗算され、A4 に対応する回路内で逆対数が取られます。式（2）に示すように、

$$E_o = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{I_{IN}}{I_{REF}} V_R \quad (2)$$

出力スケール・ファクタは、いくつかの方法で個別に、あるいは同時に調整することができます。すなわち、抵抗比  $R_2/R_1$  を使用する方法、リファレンス電圧  $V_R$  を使用する方法、あるいはリファレンス電流  $I_{REF}$  を使用する方法などです。さらに、 $I_{REF}$  は安定した低電流源によって決定できます。

スケール・ファクタは  $V_R$  に比例するので、ゲインは電圧によって直接設定できます。自動レンジ調節にスイッチ回路は不要です。対数トランジスタの飽和電流は非常に小さく、通常は  $25^\circ\text{C}$  で  $10^{-13}\text{ A}$  よりはるかに低い値です。各ペア内の 2 個のトランジスタの飽和電流はモノリシックに整合されているので、温度が比に与える影響は無視できる程度です。モノリシック・デュアル・トランジスタは基本的に近接領域内では同じ温度なので、 $kT/q$  項が相殺され、回路の性能は温度の影響を基本的に受けません。レンジが切り替えられたときのスイッチング部はピコアンペア・レベル回路から離れているので、この回路は迅速に（ミリ秒からマイクロ秒）回復します。

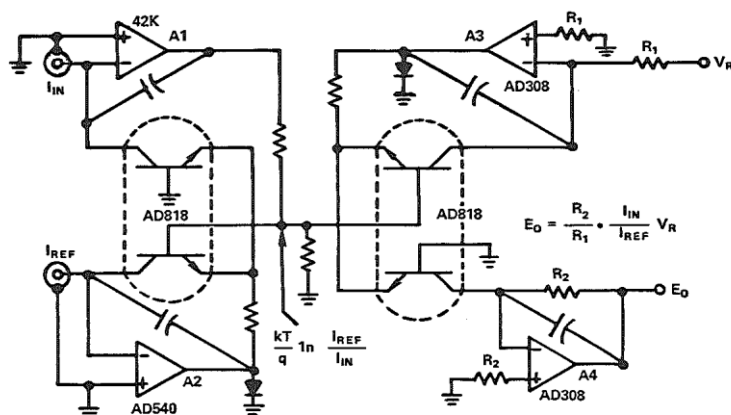


図 6: 温度補償されたワイドレンジ・ピコアンメータ  
(通常抵抗値、非対話型レンジ・スケーリング、電圧調整式スケール・ファクタ)

## 相関と畳込み

以下のトピックでは、下に示す代表的な形の方程式を使用します。

$$F(\tau) = \int_0^{\tau} f(t) \cdot g(\tau - t) dt \quad (3)$$

このハンドブックは、これらのトピックについて簡単な説明をするにしてもスペースが不十分ですが、やはり触れないわけにはいきません。乗算器および乗算型 D/A コンバータが高速化、低価格化し、必要なスペースも小さくなったことで、アナログ手法あるいは部分的アナログ手法がこれまでよりもデジタル手法に対抗し得るものとなっているからです。(3) を実体化する代表的な回路を図 7 に示します。

相関は、ノイズや無関係な信号が存在する中で、情報を回復するための手段として使われます。情報がサイン波の場合で、「ノイズ」が同じ周波数で位相の異なる成分である場合は、式(3)を位相感應検出器と見なすことができます。ここで、 $\tau$  は位相シフト  $\phi$  に対応する遅延です。より予測しにくい信号波形の場合、 $\tau$  は調整式遅延ラインの遅延です。積分は、フル周期までのさまざまな  $\tau$  の値に対して（必要な分解能に応じ）複数回行われ、それぞれの積分が相関関数上の 1 つの点を再現します。調整式遅延ラインは、遅延が小さい場合はアナログ形式（「バケット・ブリゲード」タイプなど）で使い、任意の遅延の場合はデジタル形式で使うことができます<sup>5</sup>。相関の最も一般的な形式は自動相関とクロス相関で、関数  $f(\cdot)$  と  $g(\cdot)$  の関係によって決定されま

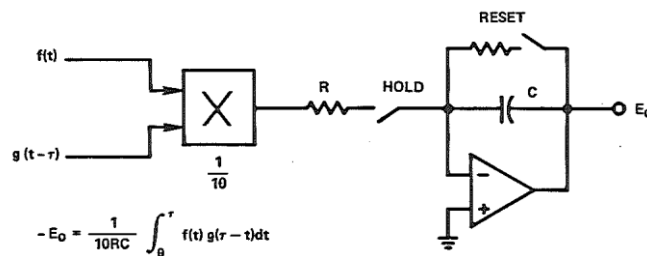


図 7: 基本的なアナログ相関回路

時間関数の畳込みは、 $s$  または  $j\omega$  領域でそれらの関数を変換したものの乗算に相当します。アナログ信号の変換形態に線形回路のインディシャル（ステップ、パルスなど）応答の変換形態（つまり復号伝達関数）を掛けると、回路の時間応答をアナログ信号に変換したものが得られます。したがって、必要とされるインディシャル時間応答に適合するようフィッティングを行って\*独自に生成した波形を使い、入力波形に一連の畳込みを行うことによって、実際に回路を作成することなく、回路の時間応答を時間波形にモデル化することができます。この手法は、求められるインディシャル応答が、妥当性を欠くような伝達関数や物理的に実現できないような伝達関数を必要とする場合に特に役に立ちます。

<sup>5</sup> Analog-Digital Conversion Handbook, Analog Devices, Inc., 1972

\* 関数フィッティングおよび関数生成の 2-1 項と 2-2 項を参照。

## アラーム回路

システムには、通常、変数が複数存在します。つまり、性能の式や進行中のプロセスの効率に対するそれらの変数の影響から考えると、大きさは重要ではないが、それでも所定の許容誤差内には収まっていなければならないような変数です。これらの変数を変換して記録あるいは監視することは可能ですが、通常は、これらの変数が 1 つまたは複数のセットの閾値を超えて変化した場合にのみ注意を払うようにしたほうが、より低コストで簡単です。

入力があらかじめ設定された閾値を超えるか下回った場合 (a)、入力が定められた動作範囲から外れた場合 (b)、または入力が定められたパーセンテージを超えてリファレンス値を外れた場合 (c) に、アラームをアクティブにするために使用できる 3 つの回路を図 8 に示します。

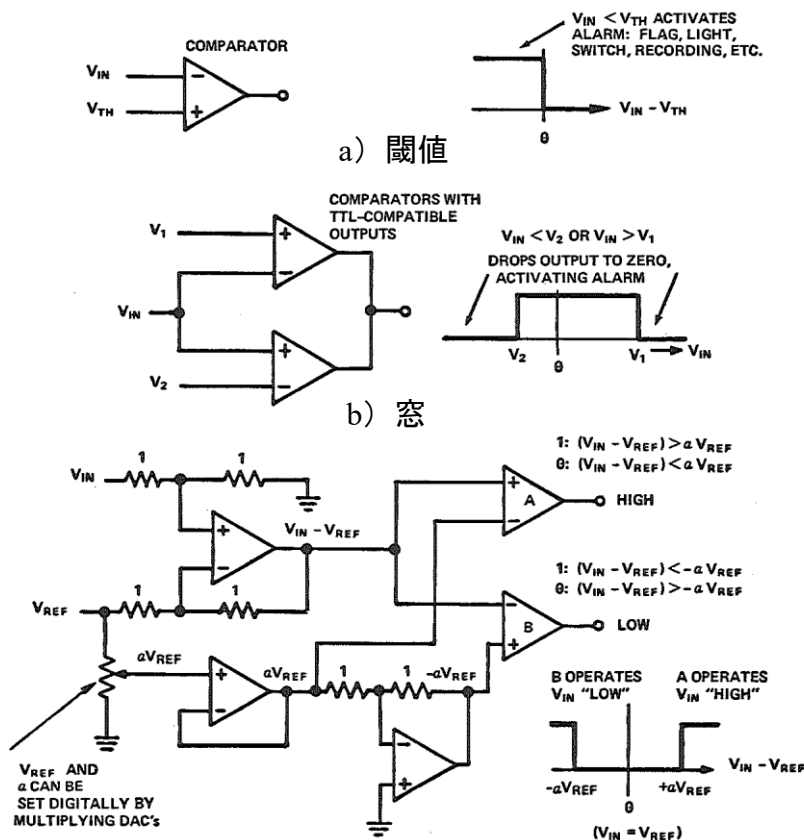


図 8: アラーム回路

これらは、アラームを必要とする逸脱の中で最も単純な部類に属します。他のほとんどのアラームも、これらを基本要素として使用することで構成できます。SERDEX システム（88 ページ参照）を使用すれば、同じツイストペア線を介し、コード化された出力の形で、アラームのみと測定された変数両方の状態に関するリモート情報を同時に得ることができます。

もちろん、これらと同じアラーム機能は、部品の機械加工、精密抵抗の調整、加工機速度の制限内への維持など、あらゆる種類の自動生産工程における重要な許容誤差の管理要素と見なすことができます。

## 分類

対象物の特定の特性（サイズ、電流ゲイン、抵抗、明るさ）を計測して、それらの単位が特定の分類に属することを確認しなければならないプロセスでは、図 9 の回路が役に立ちます。

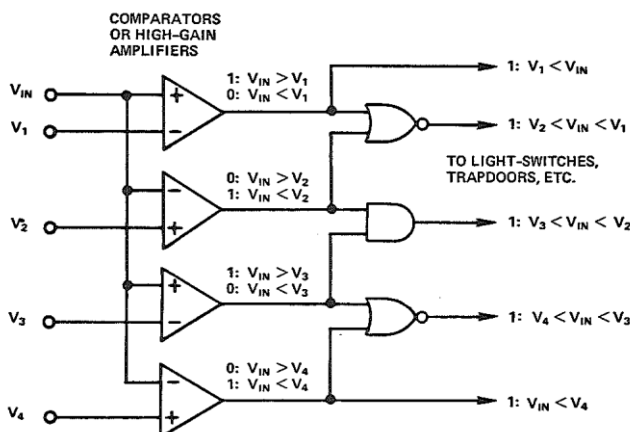


図 9: 分類回路。曖昧さとノイズによる「サイクリング」を減らすために、ラッチングタイプのコンパレータかヒステリシス、もしくはその両方が使われます。



対象となる特性の計測に対応する入力電圧は、一連の段階的リファレンス・レベルと比較されます。コンパレータの出力は単純な論理動作によって処理され、その出力は、特性を計測した対象物をどの等級に分類すべきかを、一意的に示します。これらの出力は、該当するトラップドアやインジケータ・ライトを動作させます。

## 中央値回路

アナログ信号は、信頼性向上やノイズ低減のために、複数の冗長パスを介して伝送することができます。単純な出力合計は相関関係のないノイズを減らしますが、飽和モードで 1 つのパスに不具合が生じた場合は、出力に大きな誤差が生じます。ノイズ低減と 1 つのパスの故障保護の両方を同時に保証する方法の 1 つでは、信号の中央値を計算する必要があります。つまり、信号値が他の 2 つの信号値の間にある信号が、常に出力になります。

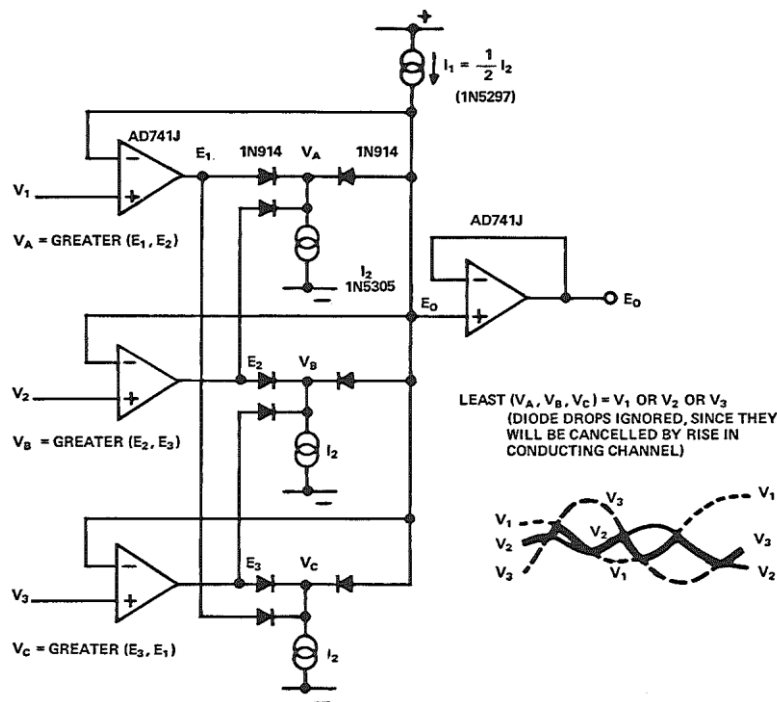


図 10: 中央値回路は、冗長回路使用時のノイズ低減と信頼性向上のために、3 つの入力のうちの中間の値を連続的に選択します。

3 つの入力  $V_1$ 、 $V_2$ 、および  $V_3$  の中央値を計算できる回路の一形態を、図 10 に示します。この回路は、 $(V_1, V_2)$ 、 $(V_2, V_3)$ 、 $(V_3, V_1)$  の各ペアの大きい方の入力を計算して、それら 3 つの「大きい方の値」のうちの最小値を追跡します。したがってこの回路は、常に最大でも最小でもない信号を連続的に取ります。ある瞬間に、どれが該当する値になるかは問いません。

同様の回路を使えば、 $n$  個の入力信号の中の大きさが  $m$  番目の入力を取る回路を設計することも可能です<sup>6</sup>。

### 三角関数と組み合わせ

直交座標から極座標への変換には、以下の形式の計算が必要です（ベクトル合成）。

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta &= \tan^{-1}(y/x) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

また、極座標から直交座標への変換（ベクトル分解）には、この逆の操作が必要です。

$$\left. \begin{aligned} y &= r \sin \theta \\ x &= r \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2-1 項では、 $\sin\theta$  のフィッティング方法を詳しく説明しました。角度  $\theta$  の余弦は  $(90^\circ - \theta)$  の正弦なので、 $\sin\theta$  のフィッティングに使用した回路は  $\cos\theta$  のフィッティングにも使用できます（図 11）。通常は角度ごとに 2 個の正弦関数フィッタが必要ですが、信号がゆっくり変化する場合は、乗算器を使用して 1 個の関数フィッタを（必要な場合は複数の異なる角度で）正弦と余弦の両方に使用できます。

<sup>6</sup> "Analog Sorting Network Ranks Inputs by Amplitude and Allows Selection," *Electronic Design* 2, January 18, 1973, and sequel, *Electronic Design* 17, August 16, 1973, p. 7.

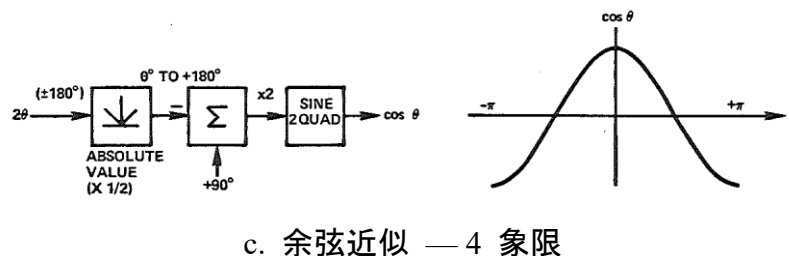
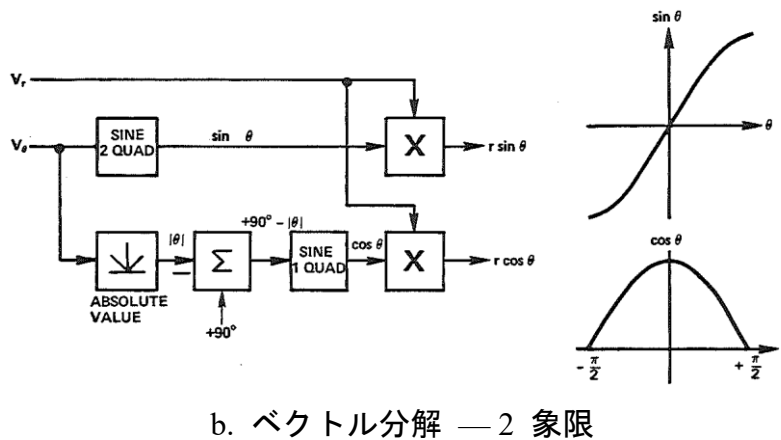
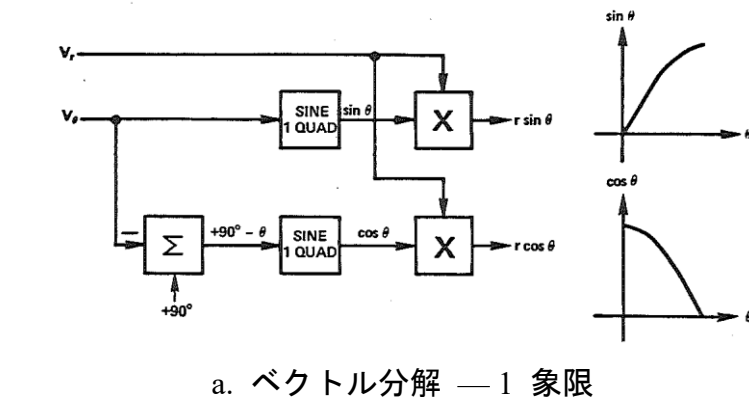
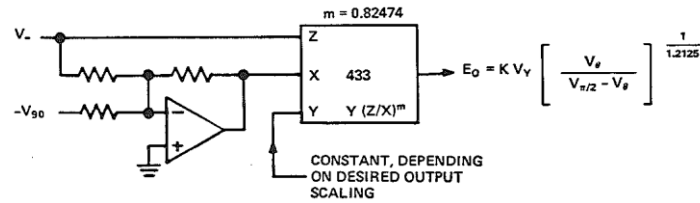


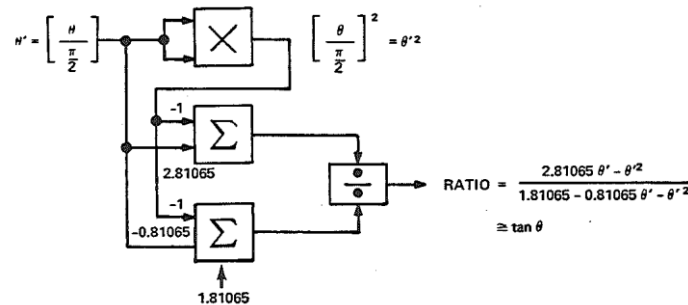
図 11: 正弦関数フィッタを使用した余弦近似

ベクトル合成 (4) については、2-3 項の図 20 と 21 の説明に述べられています。

ある角度の正接を計算する必要がある場合は、図 12 に示す 2 つの方法が考えられます。最初の方法は逆正接回路に基づくもので、こちらの方が単純ですが、精度が幾分低下します ( $\tan 45^\circ \sim 50^\circ$  で 1.4 % 以内、 $80^\circ$  まです理想値の 2.5 % 以内、 $86^\circ$  まです 10 (つまり  $\tan 84.3^\circ$ ) の 2 % 以内)。より精度の高い方法を図 12b に示します<sup>7</sup>。この方法では二乗と除算が必要です。



a. 2-3 項の図 21 に示す逆正接回路に基づく正接近似。



b. 乗算、除算、および合計計算を伴う正接近似。

理論的誤差は  $63^\circ$  まで 0.0001 未満、  
相対誤差は  $72^\circ$  まで 0.1 % 未満、 $81^\circ$  まで 0.5 % 未満、  
 $\theta < 90^\circ$  のすべての値に対して 1.2 % 未満。

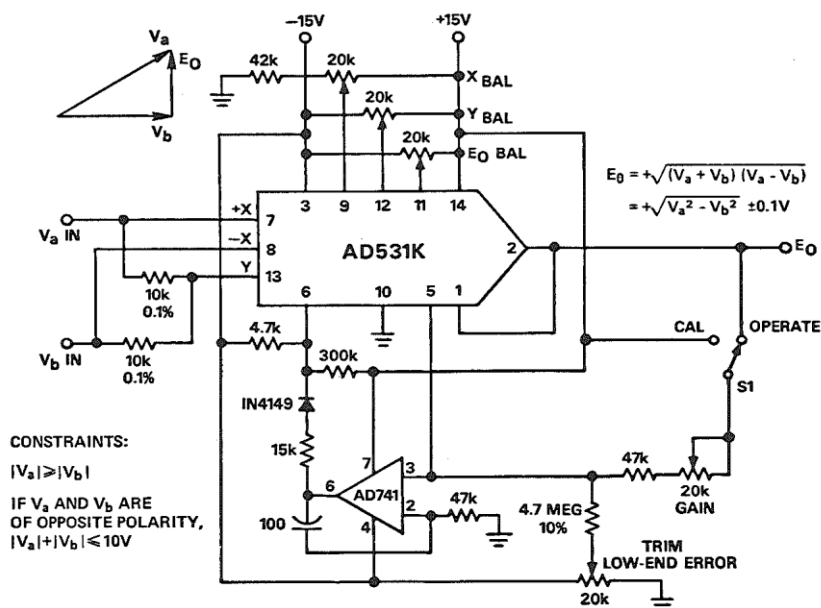
図 12: 正接の近似

図 13 は、陰的平方根演算用の XY/Z デバイス（AD531 乗除算器など）を使用して、2 つの直交量の差を計算するための回路です。

$$E_o = \sqrt{V_a^2 - V_b^2} = (V_a + V_b)(V_a - V_b)/E_o \quad (6)$$

外付けアンプの使用を最小限に抑えるために、加算項は受動的に得られ、差は基本的に差動「X」入力で求めることができます。AD741J 帰還アンプは、出力電圧を電流に変換します。正しく補正され、フルスケールでの誤差が 100 mV 未満に調整されていれば、この回路の出力と理論値との差は、10 V:0.3 V ~ 10 V:0.1 V の出力ダイナミック・レンジにおけるあらゆる入力電圧ペアに対して  $\pm 100$  mV です。精度が最も高い帯域幅は DC ~ 100 kHz で、-3 dB 誤差の帯域幅は 600 kHz です。

<sup>7</sup> この回路が実体化する方程式は、インディアナ州インディアナポリスにある米海軍アビオニクス施設（Naval Avionics Facility Indianapolis）の F.H.Fish により設計された、特許取得のデジタル・シンクロ・コンバータに使われているものと同じです（見かけは異なる）。



#### CALIBRATING THE CIRCUIT

Step	Condition	Adjust	For
1.	CAL, $V_a = V_b = 0V$	$E_0$ BAL	$E_0 = 0V$
2.	CAL, $V_a = 20V_{p-p}$ , 10Hz, $V_b = 0V$ Pin 13 (AD531) grounded Scope sensitivity 50mV/cm(V), 100ms/cm(H)	Y BAL	Min. $E_0$ swing
3.	CAL, $V_a = V_b = 0$ , 20Vp-p to pin 13 Scope sensitivity as in (2)	X BAL	Min. $E_0$ swing
4.	OPERATE, $V_a = 10.00V$ , $V_b = 0V$	GAIN	$E_0 = 10.00V$
5.	OPERATE, $V_a = 1.00V$ , $V_b = 0V$	"Low end"	$E_0 = 1.00V$
6.	OPERATE, $V_a = V_b = 0V$	$E_0$ BAL	$E_0 = 0V$

図 13: AD531 を使用したベクトル差回路

## アダプティブ・コントロール (図 14)

乗算器が基本的にリモート操作によるゲイン制御であることは、2-4 項で述べました。乗算器には、サーボ制御ポテンシオメータのように信頼性と速度に関する問題がなく、価格も数桁異なるので、アダプティブ・コントロール・システムの可変ゲイン用として自然な選択です。ゲイン基準をアナログ計算によって決定する場合は、アナログ乗算器（または除算器）を使用します。また、デジタル的に決定する場合は、モノリシックの AD7520 などの乗算型 D/A コンバータを使用します。

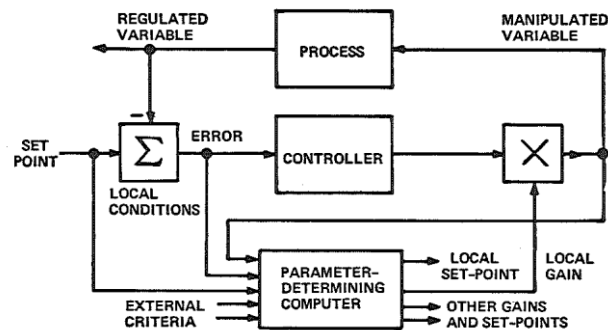


図 14: アダプティブ・コントロール・ループ:  
ループ・ゲイン調整器としての乗算器

## 線形化

トランスデューサの線形化（2-3 項で詳細説明）の他に、非線形デバイスにとって興味深いもう 1 つのアプリケーション分野が、基本的に非線形のディスプレイを線形化することです。例えば、他の非線形性と誤差の発生源とは別に、非球面 CRT（陰極線管）表面上のスポット位置には、本質的な幾何学的関係の結果として、「ピンクッション」歪みと焦点ずれが生じます。

これらの歪みの結果として、x 座標、y 座標、およびスポット幅は、形状の係数を掛け合わせた値になります。

$$\sqrt{(a_1 x)^2 + (a_2 y)^2 + 1} \quad (7)$$

ここで、 $x$  と  $y$  は偏向電圧です。

この歪みを補正するには、実際に変更電圧をこの項で割る必要があります。これは実現可能ですが、速度と精度の制約からすると、偏向アンプで偏向電圧に補正項（一般に小さい）を加える方が望ましい方法と言えます。この方法では追加的な非線形性の発生が最小限に抑えられ、補正回路を通じた追加的な遅延は、偏向信号全体ではなく小さい補正にのみ適用されます。

適切な追加関数の選択については、すべての設計者の意見が一致している訳ではありません。これまで採用されたことのある関数の例には、次のようなものがあります。

$$kX = AV_x + BV_x(CV_x + DV_x^2 + EV_x V_y) \quad (8)^8$$

$$kX = AV_x + BV_x(V_x^2 + V_y^2) \quad (9)^9$$

$$kX = AV_x + BV_x + CV_x \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + D} \quad (10)^{10}$$

X 補正は上の例に示されていますが、Y 補正は焦点補正と同様の形を取ります。

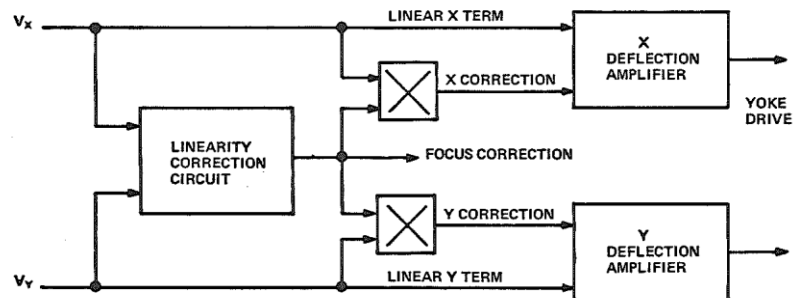


図 15: CRT の線形性補正

<sup>8</sup> "Linearize Your CRT Displays," *Electronic Design* 17, August 16, 1970.

<sup>9</sup> "IC Op Amps Straighten Out CRT Graphic Displays," *Electronics*, January 4, 1971.

<sup>10</sup> *Distortion Correction in Precision Cathode-Ray Tube Display Systems*, Intronic, Inc. 1970.

### まとめ

この章では、システム設計者が実践的、経済的、そして単純な形で目的を達成するために使用できる方法と、現在使用している方法、そして今後使用できる方法を数多く示してきました。検討してきた項目には、関数フィッティング、関数生成、機器の使用と計測、信号処理、その他さまざまなアプリケーションがありますが、これらはいずれも、アナログ・アプローチがほぼ汎用的なものであることを示す例として取り上げられています。

次のセクションでは、これらのアプリケーションに使われるデバイスについて、その設計方法の詳細を知り、重要な属性、特性、および仕様を理解することを念頭に、より詳しく検討します。