

つれづれなるままに WIEN ブリッジ発振器

著者: 石井 聡

はじめに

Wien ブリッジ発振器という低周波発振回路があります。お遊びがてらに Wien ブリッジ回路の製作と、(こちらはまじめに) 発振原理の解説をしてみましょう。

Wien ブリッジ発振器は音楽の都ウィーンで作られたものではなく、Max Wien が最初に開発したのだそうです。これを Hewlett-Packard 創設者の William Hewlett が修士論文で研究し、それが HP の最初の製品になったそうです (Wikipedia より)。

ランプを使って発振を安定化させる

後から詳しく説明しますが、この回路には発振を安定化させるためランプを使います。「何で LED でなくランプ?」と思うかもしれませんが、「ランプ」なんです。

現代の本来の回路設計では、ランプを使わず、FET などでの発振安定化策を用います。この回路では、簡便に実現すること、原理を説明するという趣旨から、ランプを用いています。

ランプの電圧対抵抗特性

ランプは図 1 のように、加える電圧に応じて抵抗値が変化します。このデータは目的の電圧で、目的の抵抗が得られそうなランプを買ってきて、測定したものです。

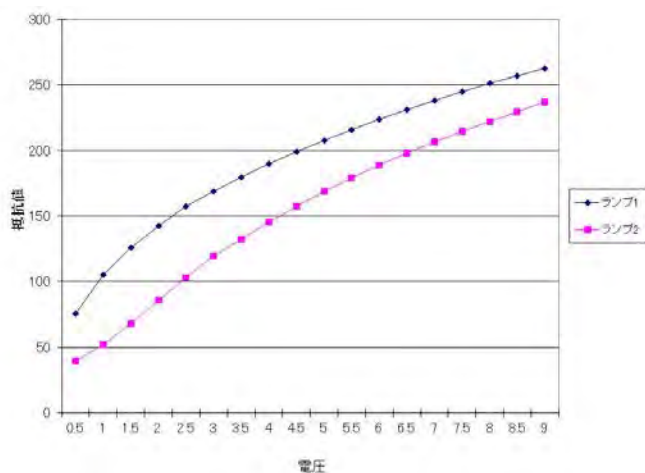


図 1. ランプに加える電圧と抵抗値の特性

フィードバック (帰還) による発振原理

図 2 は正帰還で発振させるフィードバック系です。Wien ブリッジ発振回路もこの系と同じかたちで動作します。

「ブロック線図は良く書籍とか出てきて、嫌いだなあ」と思われる方もいるかもしれませんが、以降に回路図を示していくのでご勘弁いただくとして、まずはシステム (系) としてどのように動くかこのブロック図で理解してみましょう。

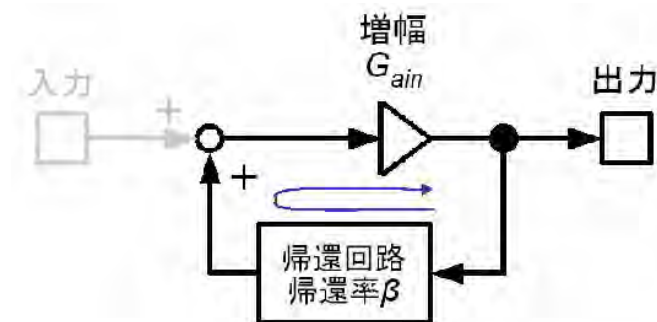


図 2. 正帰還で発振させるフィードバック系

OP アンプなどは「負」帰還が用いられますが、発振させるためには「正」帰還としてフィードバックして、振幅動作を増長させるように回路を動かします。発振させるには、図 2 の左側の入力は不要になります。正帰還の発振条件は、

$$\text{GAIN} \times \beta = 1$$

$$\text{ANGLE}(\text{GAIN}) + \text{ANGLE}(\beta) = 0/360^\circ$$

この正帰還の発振条件を満足すれば、内部ノイズとか、電源オン時のスパイクなどが発振の「種」となって、発振が開始します。発振開始時は

$$\text{GAIN} \times \beta > 1$$

が必要です。ここで $\text{GAIN} \times \beta$ が 1 となれば安定して発振が継続することになります。また系を一周したときに位相がゼロ (もしくは 360°) になる点が発振条件になることも重要です。あとで回路図を示しますので、具体的に実際の OP アンプ回路で理解してみましょう。

利得が 1 なのは判るが

$\text{GAIN} \times \beta = 1$ だと説明しましたが、これが実は難関です。ぴったり「イコール 1」にするのは素子の誤差などがあり、現実には (普通は) 実現できません。ここで図 1 のランプの「電圧に応じて抵抗値が変化する」という機構がポイントになります。

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-001

また発振原理は数式では定義できても、イメージがなかなかつかめません。ちょっと不適切ですが、「朝令暮改の組織」…組織の動きに対して指示変更が早すぎて、気がつくと右左に振り回されているだけ、という感じでしょう。まあ「朝令暮改」は、発振というより「収束しない」といった方が適切かもしれません。

では基本回路図を

ブロック図は発振原理のところでも示しましたが、実際の OP アンプを使った回路図（これも詳細定数などはいれてありませんが）を図 3 に示します。

GAIN は図中のように、R3 と R4 で決まります。周波数関係は β で決まりますが、これは青の囲みの中の素子で決まることになります。ここで増幅 (GAIN) 部分は位相が回らない (変化しない) ものとし、 β の位相が変化して、どんな関係で「位相がゼロ (もしくは 360°)」になるかを、次に式で示したいと思います。

$$G_{AIN} = 1 + \frac{R_4}{R_3} = 3 \quad \therefore \frac{R_4}{R_3} = 2$$

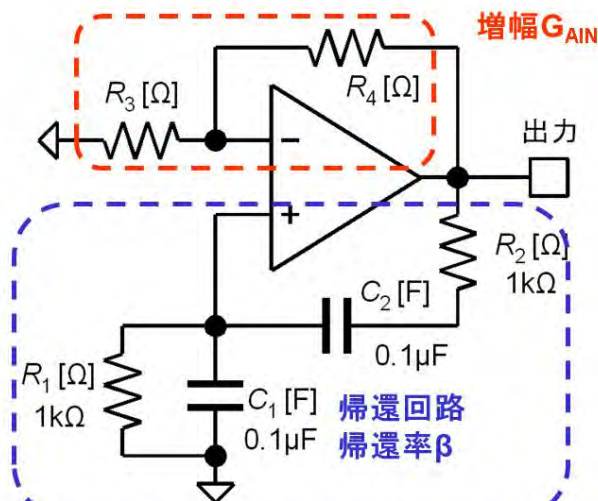


図 3. OP アンプを使った Wien ブリッジ基本回路

発振原理を式で考える

発振原理を式で考えてみました。本技術ノートの後半に Appendix として添付してある資料をご覧ください。基本は説明したようにふたつです。

$$\textcircled{1} \text{ GAIN} \times \beta = 1$$

$$\textcircled{2} \text{ ANGLE(GAIN)} + \text{ANGLE}(\beta) = 0/360^\circ$$

この 2 条件を満足する周波数で発振します。まずは条件②を満足する周波数を探し出し、その後に条件①の β を求めてみます。なお $\beta=1/3$ になります。

事前実験開始！

テスト用治具

実験結果は以降でご説明しますが、実験回路用の治具 (Fixture) の写真だけ図 4 に示しておきます。kHz オーダの低い周波数ですから、こんなにリードが伸びたままでも、それなりの結果が得られます。R = 1kΩ、C = 0.1μF です。

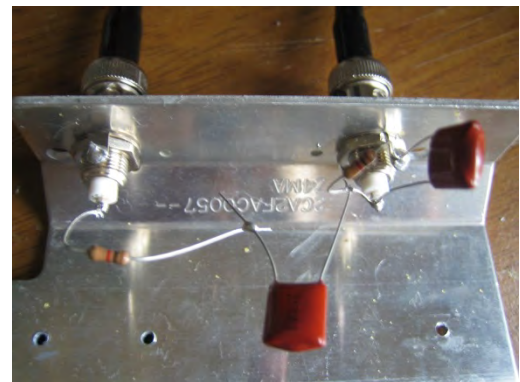


図 4. テスト用の治具

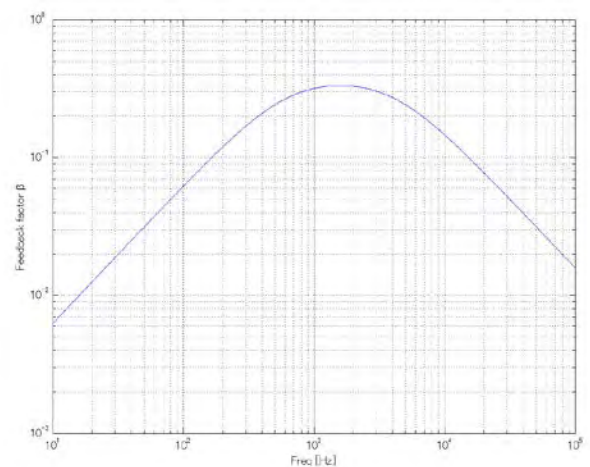


図 5. R = 1kΩ、C = 0.1μF 時の伝達関数振幅特性

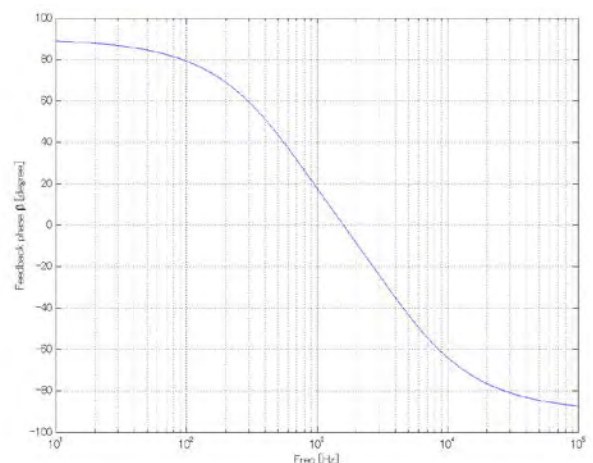


図 6. R = 1kΩ、C = 0.1μF 時の伝達関数位相特性

β の応答特性を計算してみた

β の式は先のとおりですが、実際の応答特性を、計算式をベースにして計算してみました。図 5 と図 6 をご覧ください。R = 1kΩ、C = 0.1μF です。

ここであらためて Wien ブリッジのすごいところは、発振する周波数で β が最大になることです。「良く出来ているなあ」と

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-001

自分も関心しました（今まで良く検討したことが無かった…）。普通のCR移相フィルタではなかなかこうはなりません。

計算では発振周波数は 1590Hz になります。ここで振幅が最大（ $\beta=1/3=0.333$ ）、位相がゼロになっていることが判ります。

「この計算はホント？」という方もいらっしゃるかと思いますので、NI Multisim Analog Devices Edition で以降、シミュレーションもしてみましょう。

「発振する周波数で β が最大になる」ということは

「発振する周波数で β が最大になることです」と書きました。今回のような基本的な低周波発振回路であれば、作った通りに動作するので、そんなに問題はありません。しかし、もっと高い周波数の発振回路では、想定外の周波数で利得の高いところが寄生的に出来たりして、結構トラブルになることがあります。

発振器としてではなく、増幅器として設計した場合も同様で、これらの理由が絡み合って予期しない周波数で発振（異常発振）してしまうことがあります。そういう痛い目を見ているので、「良く出来ているなあ」とあらためて、いや、しみじみ思った次第です。

SPICE シミュレータでシミュレーション

NI Multisim Analog Devices Edition でシミュレーションしてみました。図 7 と図 8 をご覧ください。当然といえば当然ですが、同じ結果です。

このシミュレータは以下で入手可能です。シミュレータの設定をしなくても、いろいろな擬似測定ツールがそろっているのが便利です。また、アナログ・デバイセズの製品の SPICE データが入っているので、デバイスの評価も簡単です。

<http://www.analog.com/jp/multisim>

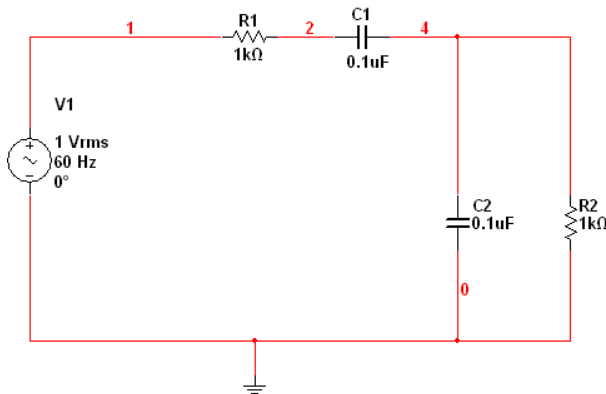


図 7. 実験回路をシミュレーションした回路図

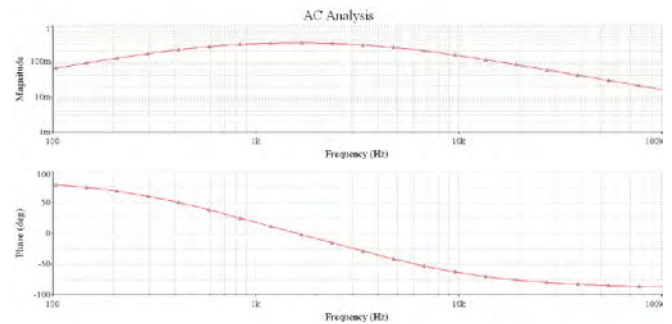


図 8. シミュレーション結果（上：振幅、下：位相）
周波数領域と時間領域での実測結果

ここまで、数式での発振条件、数式を数値計算、SPICE シミュレータでフィードバック部分の β の特性を考えてきました。

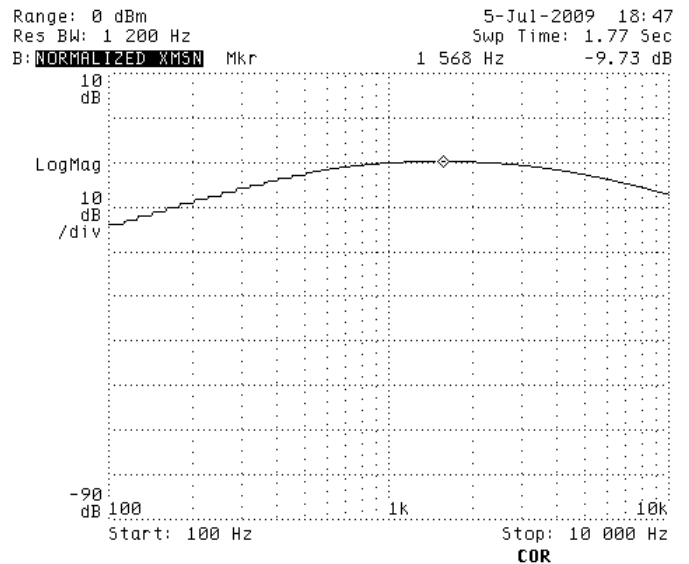


図 9. 周波数領域での測定（振幅）

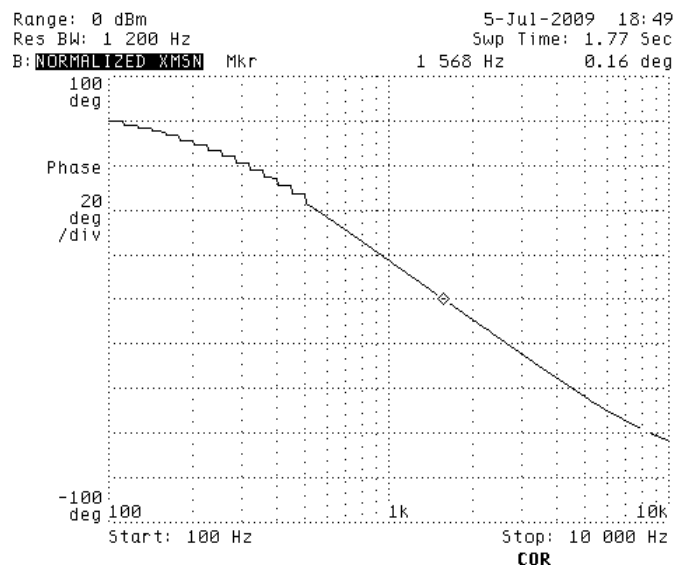


図 10. 周波数領域での測定（位相）

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-001

ここでは時間領域と周波数領域それぞれにて、図 4 の治具を使った実験回路を実測した結果を示します。実際の実験回路の測定結果を、図 9 と図 10 に振幅、位相特性として示します。測定結果として、周波数 1568Hz、 $\beta = -9.73\text{dB}$ 、このときに位相がゼロになっています。ほぼこれまでの検討と同じ結果になりました。周波数の低いところで階段状になっているのは、測定器（ネットワーク・アナライザ）の周波数ステップ送りの限界です。

オシロで時間軸でも測定してみました。この実験回路に発振器から信号を与えて、応答のようすを測定してみました。発振器がアナログ式なのでぴったりではありません。

図 11 をご覧ください。周波数 1569Hz です。入力 は 2V、出力は 690mV で、36%（計算上は 33%）になっています。位相は入出力間でほぼゼロです。

図 12 では 2 倍の周波数にしてみました。位相が遅れ位相になっています。シミュレーションや周波数領域での測定どおりです。

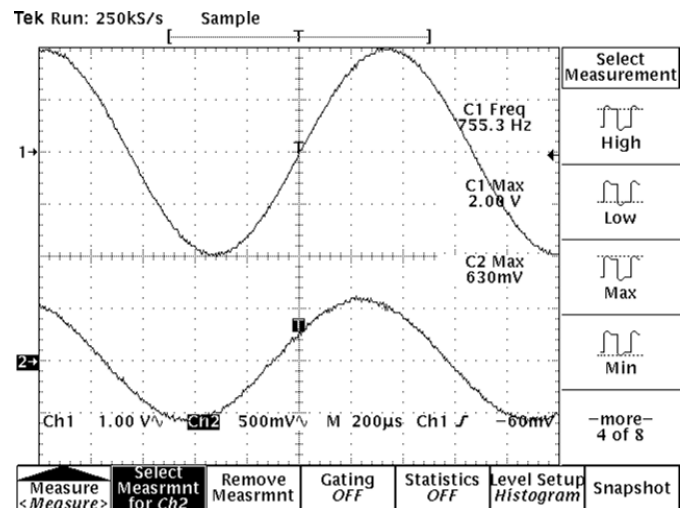


図 13. 1/2 の周波数にしてみました。位相が進み位相になっている

図 13 では 1/2 の周波数にしてみました。位相が進み位相になっています。これもシミュレーションや周波数領域での測定どおりです。

事前準備はこれで終わりです。次に試作してみます。OP アンプはローノイズで低歪みな OP アンプ、AD797 を使用します。

試作してみた

試作した Wien ブリッジ回路図

試作する回路図を図 14 に示します。電源は $\pm 12\text{V}$ 、デカップリング・コンデンサは手持ちの 220 μF を用います。1kHz で 1 Ω 以下になりますから十分でしょう。本来はもっと高い周波数のデカップリングのために小容量のコンデンサをつけるべきですが、発振周波数の低いことと手抜きでつけていません。

ボリューム VR とランプで 2:1 の抵抗比になるようにします。ランプの抵抗が振幅によって変わるので、ランプが振幅レベルの自動制御をしてくれます。これで「ぴったり $\text{GAIN} \times \beta = 1$ 」に持っていきます。なおボリューム VR にも数 10mA 流れますので、選定にはワットageに注意が必要です。

OP アンプを適切に選定する必要があります。最初のランプの抵抗値（図 1）を見ていただくと判るように、ランプに 10mA～20mA 程度を流さないといけません。それだけ出力電流に余裕のある OP アンプを選定する必要があります。

そのためだけではありませんが、ここでは出力電流の TYP 値が 50mA である、AD797ANZ を使ってみます。

<http://www.analog.com/jp/ad797/>

AD797 は出力電流が（ちょっと）大きめというだけではなく、超ローノイズ、超低歪の OP アンプです。いろいろな用途で使いいただけることと思います。

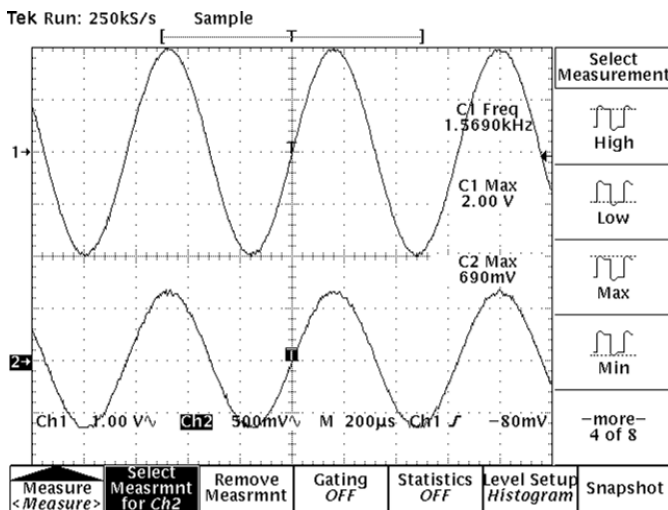


図 11. 周波数 1569Hz 入力 2V 出力 690mV（計算上は 33%）

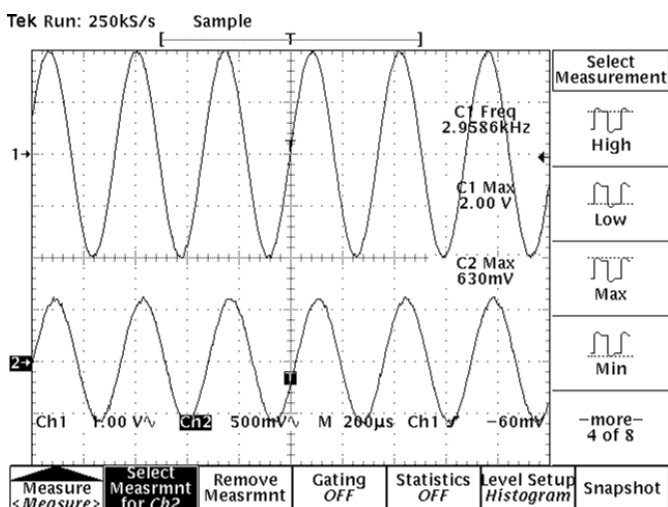


図 12. 2 倍の周波数にしてみました。遅れ位相になっている

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-001

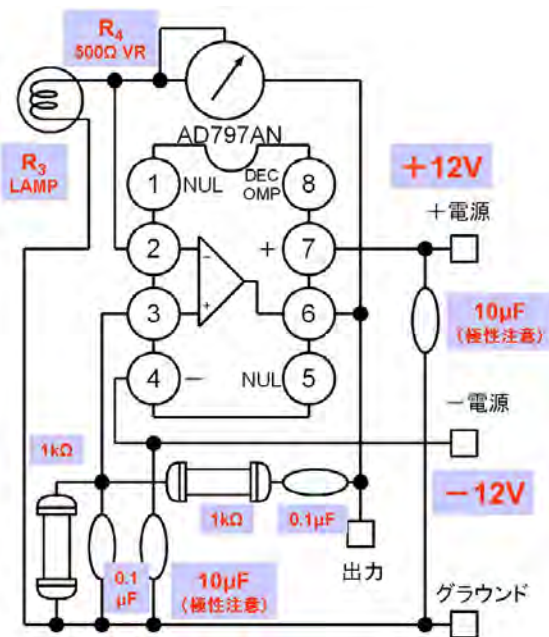


図 14. 試作した AD797 を用いた Wien ブリッジ回路図

試作基板のようす

500Ω、B 特（回転による抵抗値の変化がリニアなもの）のボリュームを入手し、形として完成した試作基板を図 15 に示します。試作基板側のピッチが 200mil！（2.54mm x 2）で、IC ソケットからピンヘッダの足を開いて実装しています。このような基板が試作は楽でいいです。いずれにしても低い周波数だからいいわけで、高くなればなるほど、適切な実装が必要といえるでしょう。

図 16 の黒いリード線が出ているところが、一点アースとして設定したポイントで、ランプからの大電流がこのポイントに流れ込むことになります。

図 16 のとおり、ランプの足は長くしたままです。値段が高めなので再生を考えてという情けない理由です。

本来は全体の配線が長いと誘導性（とくに 100V の）雑音を広いやすいものですが、さて、結果は？

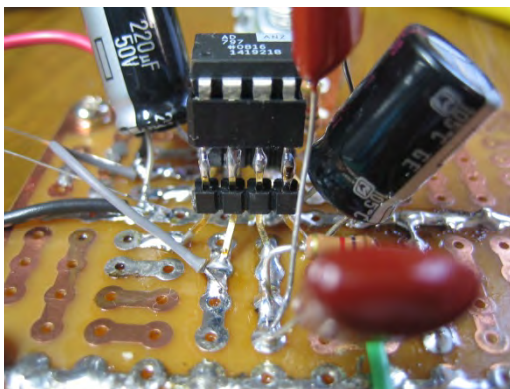


図 15. 試作基板のようす

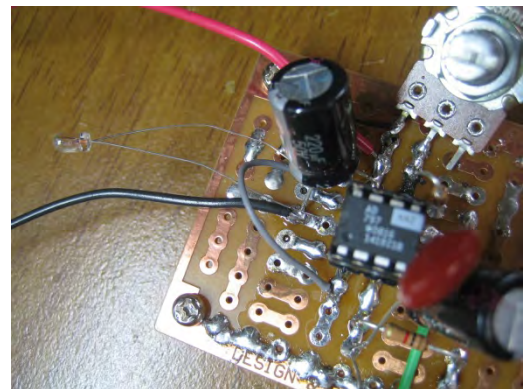


図 16. 黒いリード線が出ているところが一点アース・ポイント

動作させてみた

±12V の電源をつないだら図 17 のようにちゃんと発振しました（基礎実験はしてあったものの、よかった！）。VR を調整して約 p-p12V にしてみました。だいたい 1.56kHz です。

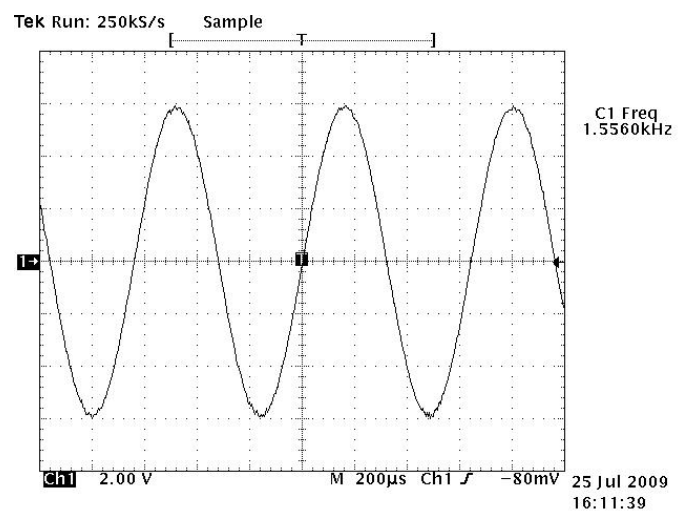


図 17. オシロスコープで観測した発振波形

図 18 のように周波数領域で測定してみました。広帯域で見ると、5 次高調波まで、3 次以外はノイズフロア以下です。自分も驚きました。普通に測定すると、この 3 次も元々フロア以下であり、ここでは RBW（分解能）を狭めにし、さらにアベレーシングをかけてノイズフロアを下げて観測しています。

3 次は-83dBc です。ひずみ計がありませんでしたので、この数値で換算すると、ひずみ率 0.01%以下というところ です。

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-001

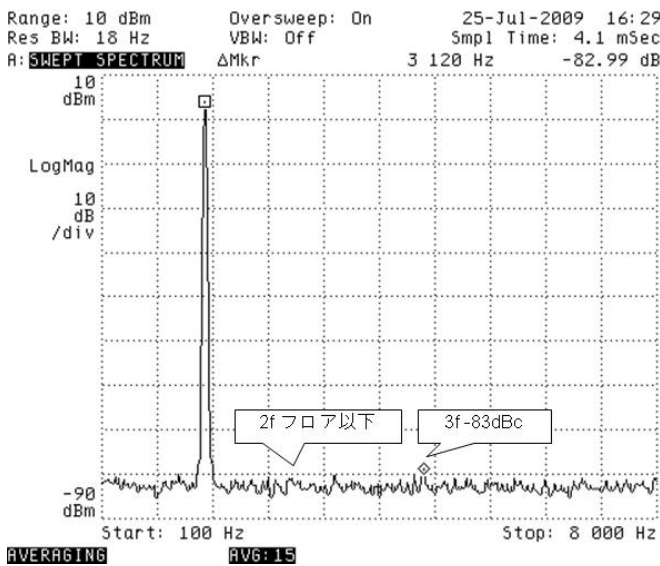


図 18. 周波数領域で発振波形を 5 次高調波まで測定

次の図 19 はスパンを 500Hz にして、50Hz のノイズが乗っていないか（いや、絶対に乗っているだろう）を確認してみたものです。意外や意外、かなり低いです。周波数が±55Hz のオフセットになっていて、これが電灯線からのノイズなのか？測定系の誤差なのか？ちょっとわかりません…（SSG にサイン波で変調を掛けたものを測ってみればわかる…しかしこんなに基本的なズレは無いはず）。

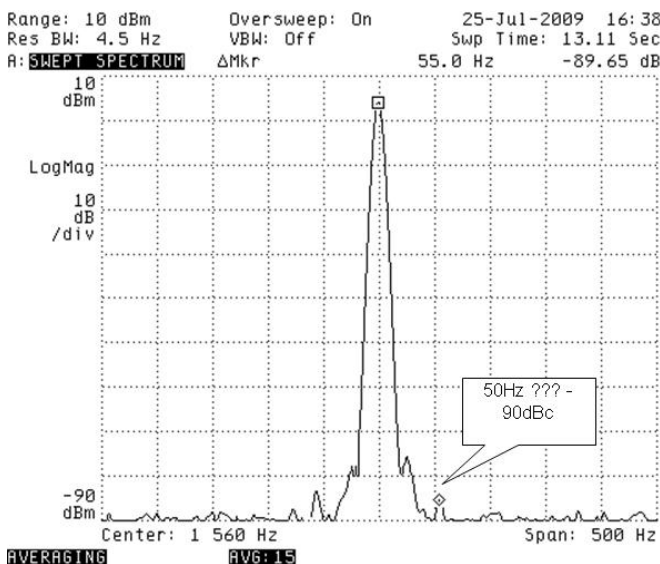


図 19. 周波数領域で発振波形の近傍（500Hz スパン）を観測

OP アンプの PSRR が良いにしても、実装が…ですから、期待していなかったのに結構いいところが出ました。

図 20 はさらにもっと近傍のノイズを確認したものです。RBW が広めですが、そこで観測されるはずの 1/f ノイズで変調されているようすも殆ど判りません。

ところが変なスペクトルがあります。これは「まあいいか」と見逃してしまいがちなモノかもしれませんが、「やっぱり確認してみてもよかった！」といえる結果になってしまいました…。

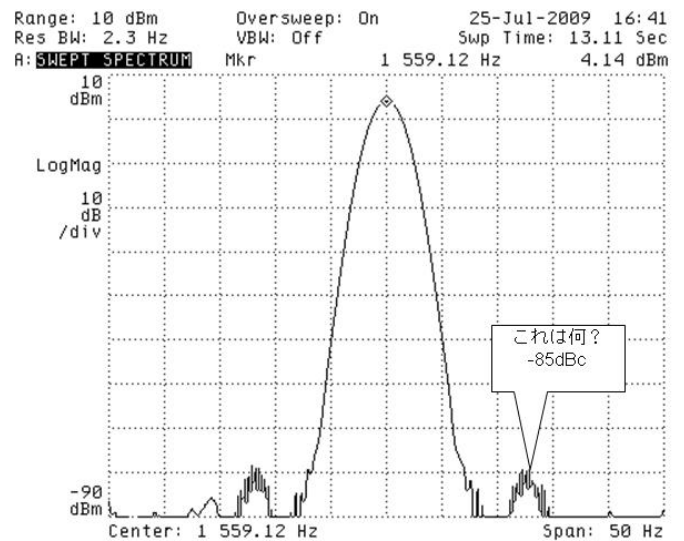


図 20. 発振波形のさらに近傍（50Hz スパン）を観測

振幅か位相が振動しているというのは

12Hz 位で振幅か位相が振動しているというのではないかと疑問が出てきました。

振動しているというのは振幅安定動作系が不安定（位相余裕が少ない）であるということで、こういうことは、もし振幅的な変動であれば、電源投入時の立ち上がり特性（ステップ応答）を測定してみれば判断できます。

発振の立ち上がりを観測する

そこでどんなふうに出振が立ち上っているのかも含めて測定してみました。図 21 は、きちんと振幅レベルが大きくなって（成長して）から目的の振幅レベルに収束する、という本来あるべき姿で問題ありません。

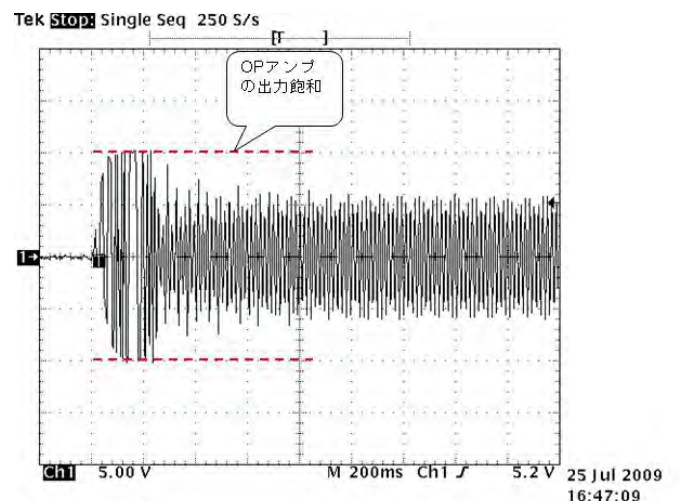


図 21. 電源投入時の発振波形の立ち上がりを観測

しかし、波形が見た目なんか変だな？と思われるので、収束後を拡大して見てみました。それが図 22 です。25Hz の変調信号で AM 変調が加わっているように見えます。

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-001

定常状態になったときスペアナで測定した、周波数領域の表示では、12Hz 程度のところにスペクトルが発生しています。ところが上記の測定では、振動周波数は 25Hz です。ちょうど 1/2 なので、何がどうなのかは現段階でははっきりわかりません。

スペアナはスパンが 50Hz なので、振動周波数と思われる 25Hz は表示範囲外ともいえます。立ち上がりから、時間がかかって収束していくなかで、25Hz が消滅し、何かしら 12Hz が振幅変動（発振）条件として残っているか？、振動変動条件が変化しているか？というところでしょうか。

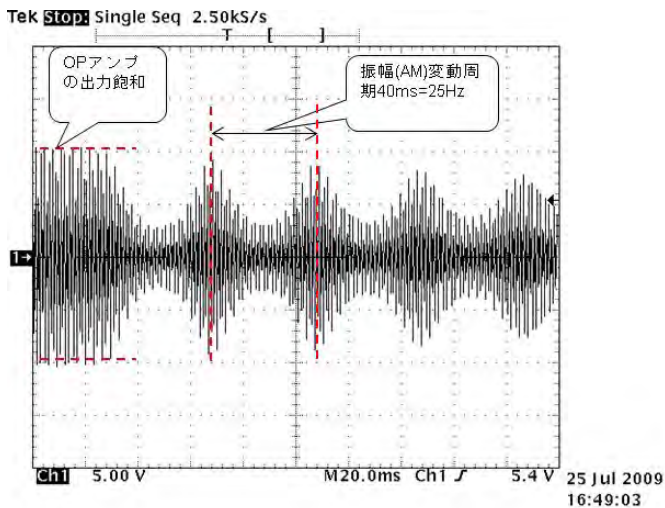


図 22. 電源投入後の発振波形の安定状態を観測

簡単に見える回路の落とし穴

しかしこれは、「この回路の落とし穴？」ではないかと思われる。この Wien ブリッジの振幅安定回路系でランプが遅れ位相となり、そこで発振（振幅変動）の位相条件が満たされている可能性があります。しかし 12~25Hz では Wien ブリッジの帰還量 β が小さいため、ループとして利得が 1 になる（発振条件が持続する）のか？という疑問も生じます。

とはいえ最初に書きましたように、ランプを使った Wien ブリッジは William Hewlett が修士論文で研究したようです。単に発振するだけでは修士論文ともなりませんか？から、この振幅変動の条件も解析したのか？（論文を起承転結とすると、「転」がここか？）とか思いました。

従来から販売されている Wien ブリッジ型のアナログ発振器は、ランプを使わずに、FET による疑似可変抵抗を用いて安定化しています。そのため、この回路とは動作条件が異なることになります。

利得制御（可変）回路のモデル

まずはランプによる利得制御回路がどんな風になるのか？という点を測定してみました。ランプのフィラメントの温度に依存しているようで、複数回オン・オフしてみると、電源投入時の初期利得が大きくなったり、低めになったりしています。

これは複数回のオン・オフで、フィラメントの温度が変わっているからでしょう。これはもう少し定量的に測る必要もありそうです。ともあれ図 23 をご覧ください。

この図は非反転入力端子に 1V を加えた状態で、回路の電源をオンし、ランプに流れる電流量による抵抗変化で生じる、利得変化の時間経過をみた様子です。安定状態で 3 倍になるべき回路条件です。

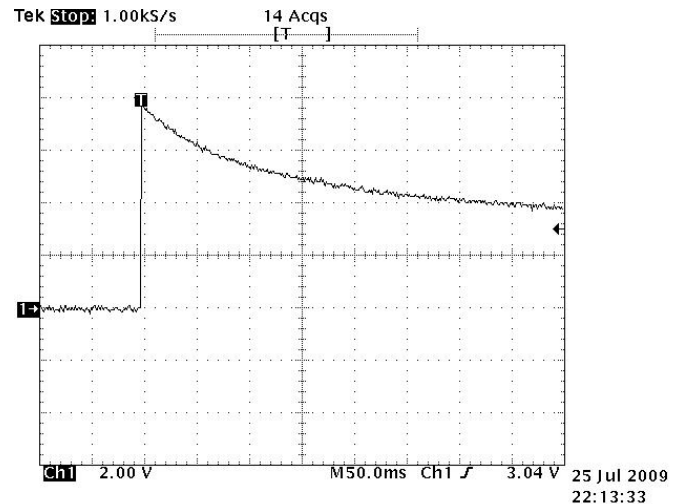


図 23. 電源投入後の発振波形の安定状態を観測

入力に 1V で、安定状態で約 $3\beta + \alpha$ の 3.8V 程度が出力されています。この図から一次系として（精密ではないが）時定数を考えると 100ms 位でしょうか。これを振幅という量でブロック線図として振幅安定回路系モデル化してみると、図 24 のようなモデルになるのではないかと予測してみました。

時定数 100ms 位というのは、問題点と符合しそうです。

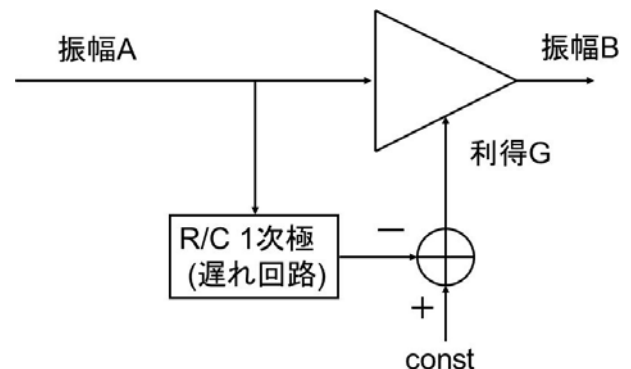


図 24. 振幅という量でモデル化してみる

シミュレーションで確認してみた

$A=3$ の利得が変わることにより、発振の立ち上がりがどのように変化するかをシミュレーション（NI Multisim Analog Devices Edition）で確認してみました。シミュレーション回路図を図 25 に示します。

この回路図には、ノイズ源がついていますが、確実に発振を立ち上がらせるための「種」にしています。

このシミュレーションでわかるように、利得を 3.1（図 26）と 3.05（図 27）に変えたときで発振の立ち上がるようすがだいぶ変わってきていることがわかります。exponential で波形が立ち上がることも分かります。

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-001

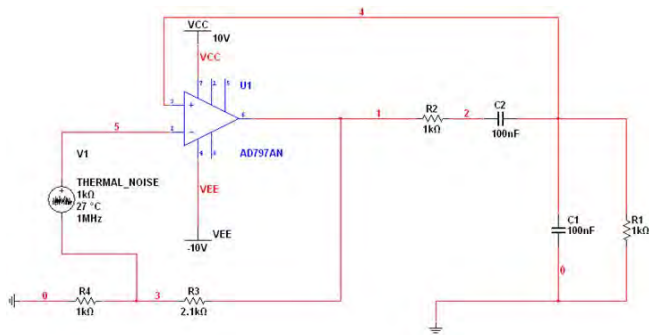


図 25. $A = 3$ の帰還利得が若干増加したときの発振の立ち上がりをシミュレーションしてみる回路図

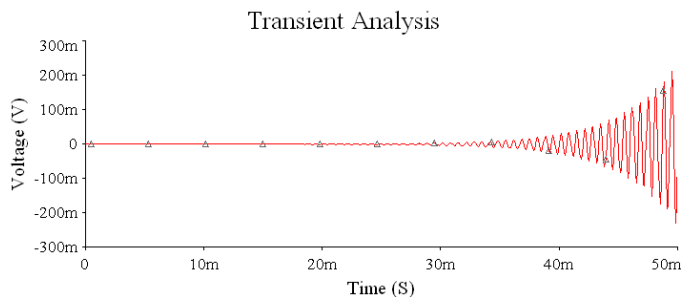


図 26. $R_3 = 2.05k\Omega$ のとき ($A=3.05$) での発振の立ち上がり

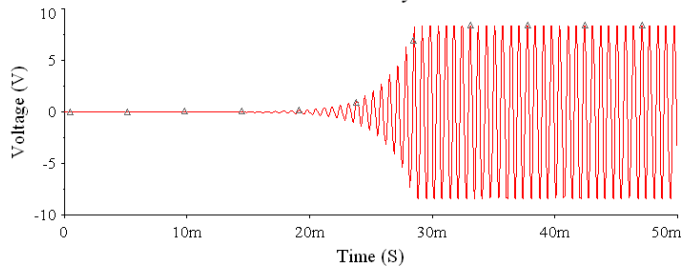


図 27. $R_3 = 2.1k\Omega$ のとき ($A=3.1$) での発振の立ち上がり

何とかまとめに持っていきたい...

いろいろと解析してきました。まだ本来であれば不足かもしれませんが、何とかそろそろ、まとめに持って行きたいと思います。

発振の動きは「正帰還」になっているわけですね。ここまでの検討でも、計算どおりに回路が発振していることがわかりました。

また振幅安定回路系も「若干発振気味」になっていて、これは本来あってほしくない発振条件なわけです。

抵抗が $\beta = 1/3$ の状態から大きめに变化していけば、それに応じて正帰還の $\exp$ で発振波形の大きくなっていくようすも判りました。

ランプの等価回路を考えてみれば、その傾斜のようす（微分値）がそのまま β の変化に関係するということのようにです。またこの傾斜量が大きければ、発振安定回路系のループゲインが大きくなり、その結果として振幅変動の発振が生じやすいということにつながることも考えられます。

これらの関係が丁度いいところで、12Hz とか（立ち上がりの波形からは原因が見えませんでした）25Hz 程度の振幅変動が生じていたのだと推測できます。

これらを考えると「William Hewlett の修士論文」というのを是非見てみたいと思うところです。

Wien ブリッジの β の大きさと位相特性

アナログ・デバイスズ（株）

February 8, 2013

1 C_1 と C_2 接続点の位相ゼロがひとつめの発振条件

系の中での角周波数 ω ($\omega = 2\pi f$) を基準に考えます。そうすると、 C_1 , C_2 , R_1 , R_2 の回路で、 C_1 と C_2 の接続点での電圧 V_{fb} は以下ようになります。OP アンプの出力電圧を V_{out} とすれば、

$$V_{fb} = \frac{\frac{R_1/j\omega C_1}{R_1 + 1/j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{R_1/j\omega C_1}{R_1 + 1/j\omega C_1}} V_{out} \quad (1)$$

ここで、

$$\frac{R_1/j\omega C_1}{R_1 + 1/j\omega C_1}$$

の部分の分母・分子に $j\omega C_1$ をかけると、

$$\frac{R_1}{j\omega C_1 R_1 + 1}$$

となりますから、式 (1) は、

$$V_{fb} = \frac{\frac{R_1}{j\omega C_1 R_1 + 1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{R_1}{j\omega C_1 R_1 + 1}} V_{out} \quad (2)$$

と計算できます。ここでさらに分母・分子に、分子の逆数である

$$\frac{j\omega C_1 R_1 + 1}{R_1}$$

をかけると、

$$V_{fb} = \frac{1}{\left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right) \left(\frac{j\omega C_1 R_1 + 1}{R_1}\right) + 1} V_{out} \quad (3)$$

となります。さらに分母を少し変形させると、

$$\begin{aligned} V_{fb} &= \frac{1}{\left(R_2 - \frac{j}{\omega C_2}\right) \left(\frac{j\omega C_1 R_1 + 1}{R_1}\right) + 1} V_{out} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{\omega C_2 R_2 - j}{\omega C_2}\right) \left(\frac{j\omega C_1 R_1 + 1}{R_1}\right) + 1} V_{out} \end{aligned} \quad (4)$$

だいぶややこしくなってきましたね。もうちょっとです。ここで、式 (4) の

$$(\omega C_2 R_2 - j)(j\omega C_1 R_1 + 1)$$

の部分だけが複素数になっています。この虚数部分が無くなれば、式 (4) 全体が実数部だけになります。そこでこの項の虚数部分がゼロになる関係を求めてみます。式を展開してみると (2 個目のカッコは実数／虚数の順番を変更した)、

$$(\omega C_2 R_2 - j)(1 + j\omega C_1 R_1) = \omega C_2 R_2 - j + j\omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2 + \omega C_1 R_1 \quad (5)$$

ここで虚数部だけを取り出し、それがゼロであればいいわけで、

$$\begin{aligned} -j + j\omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2 &= 0, \\ -1 + \omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2 &= 0 \end{aligned}$$

と計算できるわけで、これが成立する時の角周波数 ω_0 は、

$$\begin{aligned} \omega_0^2 C_1 R_1 C_2 R_2 &= 1, \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{C_1 R_1 C_2 R_2}} \end{aligned} \quad (6)$$

周波数 f_0 で表せば、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 R_1 C_2 R_2}} \quad (7)$$

となり、この周波数 f_0 で発振することになります（ただし振幅条件は以下のように別途必要）。

一般的には、 $R = R_1 = R_2$, $C = C_1 = C_2$ としますから、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi CR} \quad (8)$$

2 $f_0 = 1/2\pi CR$ のときの帰還量 β は？

ここまでで位相条件はもとまりました。ではこのときのこの回路のロス（つまり帰還量 β ）は幾つになるかを計算してみます。計算はさすがに疲れたので、 $R = R_1 = R_2$, $C = C_1 = C_2$ としてしまいます（笑）。まず式（4）を持ってきて、 $\omega_0 CR = 1$ ですから、

$$\begin{aligned} V_{fb} &= \frac{1}{\left(\frac{\omega C_2 R_2 - j}{\omega C_2}\right) \left(\frac{j\omega C_1 R_1 + 1}{R_1}\right) + 1} V_{out} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1-j}{\omega C_2}\right) \left(\frac{j+1}{R_1}\right) + 1} V_{out} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1^2 - j^2}{\omega C_2 R_1}\right) + 1} V_{out} = \frac{1}{\frac{1+1}{1} + 1} V_{out} = \frac{1}{3} V_{out} \end{aligned} \quad (9)$$

つまり Wien ブリッジが発振する周波数が ω_0 では、この回路の帰還量 β は、

$$\beta = \frac{V_{fb}}{V_{out}} = \frac{1}{3} \quad (10)$$

となる（-9.5dB）わけですね。ここで前回の書き込みの図で、 R_3 と R_4 で形成される利得 G_{AIN} が 3 であれば、ループ一周で利得が 1 になり、 ω_0 の周波数で Wien ブリッジが発振することになります。