

从低通到带通滤波器的转换

作者: Hank Zumbahlen,
Analog Devices, Inc.

引言

有一种转换算法可将低通极点转换成等效带通极点。这是一系列介绍分立式运算放大器电路的小型指南之一。

简介

根据极点的距离, 可将带通滤波器分成宽带或窄带两种。如果带通滤波器的转折频率分离的较远(超过2个倍频程), 则滤波器为宽带, 由独立的低通和高通部分构成, 并呈级联关系。本小型指南将主要介绍窄带滤波器。

这里的假设是对于分离较远的极点, 它们之间的相互作用很小。这种情况并不适用于窄带带通滤波器, 因为这种情况下, 转折频率相差不到2个倍频程。

滤波器一般用低通原型进行描述, 因为低通是标准配置。要把该滤波器转换成带通, 先从低通原型的复数极点对 α 和 β 开始。已知该极点对为复数共轭极点对。这意味着在直流周围(0 Hz.)是对称的。转换成带通的过程是将低通原型直流周围的响应镜像到新中心频率 F_0 左右的相同响应的过程。

显然, 这意味着当完成带通转换时, 极点和零的数量将翻一番。与低通一样, 实数轴以下的极点和零忽略不计。因此, 一个 n 阶低通原型转换成了一个 n 阶带通, 即使滤波器的阶数为 $2n$ 。 n 阶带通滤波器由 n 部分构成, 与其对比低通原型则由 $n/2$ 部分构成。方便起见, 不妨把响应设想成 n 个上极点和 n 个下极点。

通过以下方式确定 Q_{BP} 的值

$$Q_{BP} = \frac{F_0}{BW} \quad (1)$$

其中, BW 为某电平下的带宽, 一般为 -3 dB。

一种转换算法

Geffe定义了一种转换算法(见参考文献部分), 用以将低通极点转换成等效带通极点。

若已知低通原型的极点位置

$$-\alpha \pm j\beta \quad (2)$$

以及 F_0 和 Q_{BP} 的值, 则以下计算将得到两组 Q 值和频率 F_H 和 F_L , 结果定义了一对带通滤波器部分。

$$C = \alpha^2 + \beta^2 \quad (3)$$

$$D = \frac{2\alpha}{Q_{BP}} \quad (4)$$

$$E = \frac{C}{Q_{BP}^2} + 4 \quad (5)$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} \quad (6)$$

$$Q = \sqrt{\frac{E+G}{2D^2}} \quad (7)$$

注意, 各部分的 Q 相同。

极点频率取决于

$$M = \frac{\alpha Q}{Q_{BP}} \quad (8)$$

$$W = M + \sqrt{M^2 - 1} \quad (9)$$

$$F_{BP1} = \frac{F_0}{W} \quad (10)$$

$$F_{BP2} = W F_0 \quad (11)$$

每个极点对转换同时也将导致2个位于原点的零点。

将幅度为 α_0 的归一化低通实数极点转换成一个带通部分, 其中,

$$Q = \frac{Q_{BP}}{\alpha_0} \quad (12)$$

频率为 F_0 。

每次极点转换也会在原点产生一个零点。

椭圆函数低通原型同时含有零和极点。在转换滤波器时，必须同时转换这些零点。若低通零点为 $\pm j\omega_z$ ，则带通零点如下：

$$M = \frac{\alpha Q}{Q_{BP}} \quad (13)$$

$$W = M + \sqrt{M^2 - 1} \quad (14)$$

$$F_{BP1} = \frac{F_0}{W} \quad (15)$$

$$F_{BP2} = W F_0 \quad (16)$$

由于带通滤波器的增益在 F_{BP} 而非 F_0 时出现峰值，因此需要对幅度函数作出调整，用以归一化合并后的滤波器的响应。各滤波器部分的增益如下：

$$A_R = A_0 \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{F_0}{F_{BP}} - \frac{F_{BP}}{F_0} \right)^2} \quad (17)$$

其中：

A_0 = 滤波器中心频率下的增益

A_R = 谐振时的滤波器部分增益

F_0 = 滤波器中心频率

F_{BP} = 滤波器部分谐振频率

现在，低通原型被转换成了带通滤波器。以上的一系列等式是用来转换使用的。原型滤波器的每个极点都转换成一个极点对。因此，转换完成时，3极点原型将拥有6个极点（3个极点对）。此外，原点处将有6个零点。

极点位置

LP原型的极点位置来自设计表(见MT-206)。表1对其进行了总结。

表1.

级	α	β	F_0	α
1	0.2683	0.8753	1.0688	0.5861
2	0.5366		0.6265	

第一级为极点对，第二级为单极点。请注意，用 α 表示两个完全不同的参数的做法是不可取的。左侧的 α 和 β 为复平面上的极点位置。这些是转换算法中使用的值。右侧的 α 为 $1/Q$ ，这正是物理滤波器设计等式所希望看到的。

转换过程的部分工作是指定可合成的滤波器的3 dB带宽。在这种情况下，该带宽将被设为500 Hz。转换结果如下表所示：

表2.

级	F_0	Q	A_0
1	804.5	7.63	3.49
2	1243	7.63	3.49
3	1000	3.73	1

前两级存在增益要求的原因在于，相对于总滤波器中心频率，它们的中心频率将会衰减。由于结果得到的 Q 适中(小于20)，因而将选用多级反馈拓扑结构(见MT-218)。

图1为该滤波器的示意图，图2所示为频率响应。

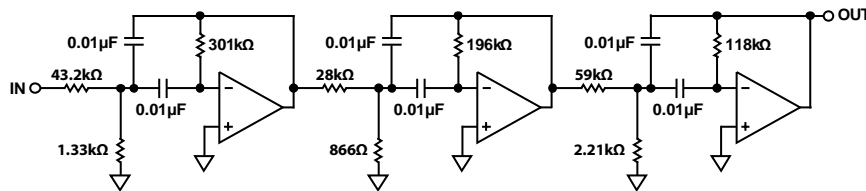


图1. 带通转换

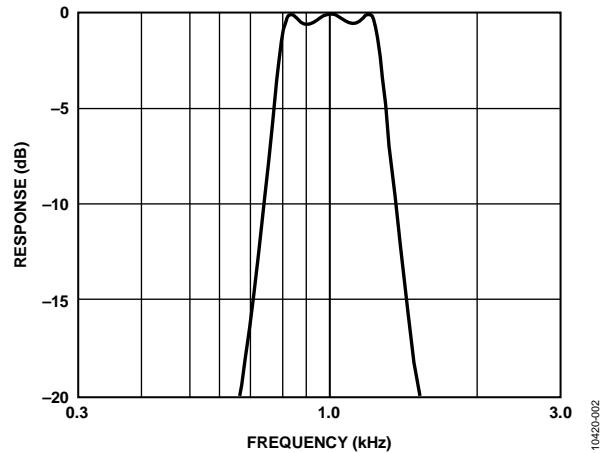


图2. 带通滤波器响应

请注意，中心频率周围还是存在对称性。另外，500 Hz的带宽并不表示中心频率两端各250 Hz(算术对称)。相反，对称是几何性的，意思是说幅度相等的任意两个频率(F_1 和 F_2)都具有以下关系

$$F_0 = \sqrt{F_1 \times F_2} \quad (18)$$

参考文献

Geffe, P. R. "Designer's Guide to Active Band-Pass Filters," EDN, Apr. 5 1974, pp. 46-52.

Zumbahlen, Hank. *Linear Circuit Design Handbook*. Elsevier. 2008. ISBN: 978-7506-8703-4.

修订历史

2012年3月—修订版0：初始版