

噪声功率比(NPR)—拥有65年历史的电话系统参数在现代无线应用中重获新生

作者: Walt Kester

简介

噪声功率比(NPR)这个概念自频分多路复用(FDM)电话系统诞生之初即已出现。简单而言, NPR用于衡量多通道系统中当其他通道上存在随机活动时, 某个闲置通道的“安静”程度。噪声和交调失真产物进入该闲置通道, 从而降低性能。该概念最初用来检查FDM链路中的4 kHz宽语音通道, 如今, 在确定多通道宽带通信系统的特性时也是有用的——但在现代测量技术方面, 存在一些重要的区别。

NPR的历史

噪声功率比测试自频分多路复用(FDM)通信系统早期时便一直在使用。在典型的FDM系统中, 许多4 kHz宽的语音通道按频率仓“叠置”在一起, 通过同轴电缆、微波或卫星设备传输。通道的数量因系统而异。一个群由12个语音通道构成, 占据48 kHz的带宽。类似地, 一个超群有60个通道, 占据240 kHz的带宽, 一个主群有300个通道, 占据大约1.3 MHz的带宽。超群和主群通常相结合, 以构成容量更大的系统。例如, 一个拥有1800个通道的系统占据大约8 MHz的带宽。

在传输链路的接收端, FDM数据被解复用, 并转换回至4 kHz的单个语音频带通道。可见, FDM信号由多个单独的语音通道构成, 并通过放大器、中继器、通道处理单元等, 这个过程中会给信号带来额外的噪声和失真。贝尔电话实验室的早期研究(参考文献1)得出结论, 通道超过约100个的FDM系统中的复合信号可以通过带宽与组合FDM信号的带宽相等的高斯噪声拟合。例如, 一个拥有1800个通道的FDM信号可以由带宽为8.2 MHz的高斯噪声拟合。

在此基础上, 先假设除被测试的特定4 kHz通道以外的所有通道上都存在随机“说话人”, 这样就可以测量一个单独语音通道上的“质量”。因此, 通过一个窄带陷波(阻带)滤波器以及一个特别调谐的接收器(用于测量4 kHz陷波中的噪声功率, 如图1A所示), 即可测量单个4 kHz通道的“安静”程度。

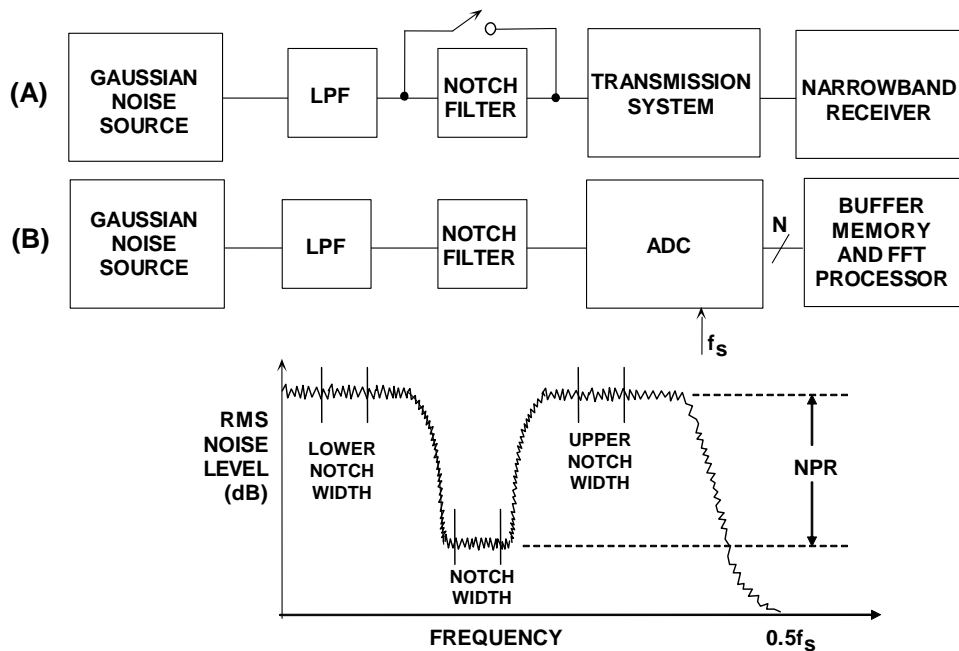


图1：噪声功率比(NPR)测量

在模拟传输系统中(图1A)，噪声功率比(NPR)测量值是非常直观的。首先关闭陷波滤波器，通过窄带接收器测量陷波内信号的均方根噪声功率。然后切换陷波滤波器，测量陷波内的残余噪声。这两个读数的比值即为NPR，单位用dB表示。要充分确定系统的特性，需要对整个噪声带宽(低、中频段、高)的多个陷波频率进行测试。有关早期NPR测试设备和测量值的详细情况可在参考文献4中找到。ADC的NPR测量采用类似方式即可，只是模拟接收器被一个缓冲存储器和一个FFT处理器(用于执行计算)取代了，如图1B所示。有些情况下，先用ADC把组合FDM信号转换成数字信号，然后进行传输，再在接收器端用DAC转换回模拟信号。此时，如图1A所示模拟方法被用来测试NPR。

在1939年的一篇文章中(参考文献1)，Holbrook和Dixon对FDM系统进行了分析，以便确定最佳通道“加载”电平。在二人成果的基础上，诞生了多通道噪声加载的基本理论。其目标是使信号电平(或“加载”)设为一个将产生最高NPR的值。NPR通常用相对于系统峰值范围的均方根噪声电平的关系曲线来表示。对于极低的噪声加载电平，干扰噪声(非数字系统中)主要是热噪声，与输入噪声电平无关。在曲线的该区域，噪声加载电平提高1 dB将导致NPR提高1 dB。随着噪声加载电平提高，系统中的放大器和中继器开始过载，产生交调积，导致系统的本底噪声升高。当输入噪声继续提高时，“过载”噪声的影响占主导地位，NPR大幅降低。FDM系统通常在低于最大NPR点几dB的噪声加载电平下工作，以便在峰值繁忙时段有充足的裕量。

1966年，CCITT/CCIR把针对FDM系统提出的系统NPR建议正式化，以便测量频分多路(FDM)通信链路的传输特性(见参考文献4)。

在含有一个ADC的数字系统中，当施用的是低电平输入噪声时，陷波内的噪声主要是量化噪声。然而，对于极低幅度信号(低于1 LSB峰峰值)，结果产生的噪声返回ADC等效输入噪声。对于使用该ADC的多个LSB的信号，NPR曲线呈线性，主要是量化噪声。随着噪声电平的提高，噪声电平与NPR之间存在一一对应关系。然而，在某个电平下，ADC的硬限幅行为导致的“削波”噪声将开始占据主导地位。ADC硬限幅“削波”噪声与模拟FDM的软限幅“过载”噪声有所不同，在削波区产生“较陡”的向下斜坡。

针对数字系统的理论NPR值

多年以来，有几篇论文探讨了针对一种理想 n 位ADC的理论NPR值(如参考文献5、6、7)。其中，参考文献6是最完善的，同时展示了均匀分布噪声和高斯噪声的推导过程。然而，高斯噪声与NPR测试的相关性更高。虽然推导过程并不难，但确实涉及一些偏积分。由于“削波”噪声组分并无闭式解，因此，在实际计算过程中，必须使用数值法来计算理论NPR值。

10、12、14和16位ADC的理论曲线如图2所示。了解项 V_O 、 σ 、 k 和均方根加载电平($-20\log_{10}k$)的定义对于避免混淆是十分重要的。

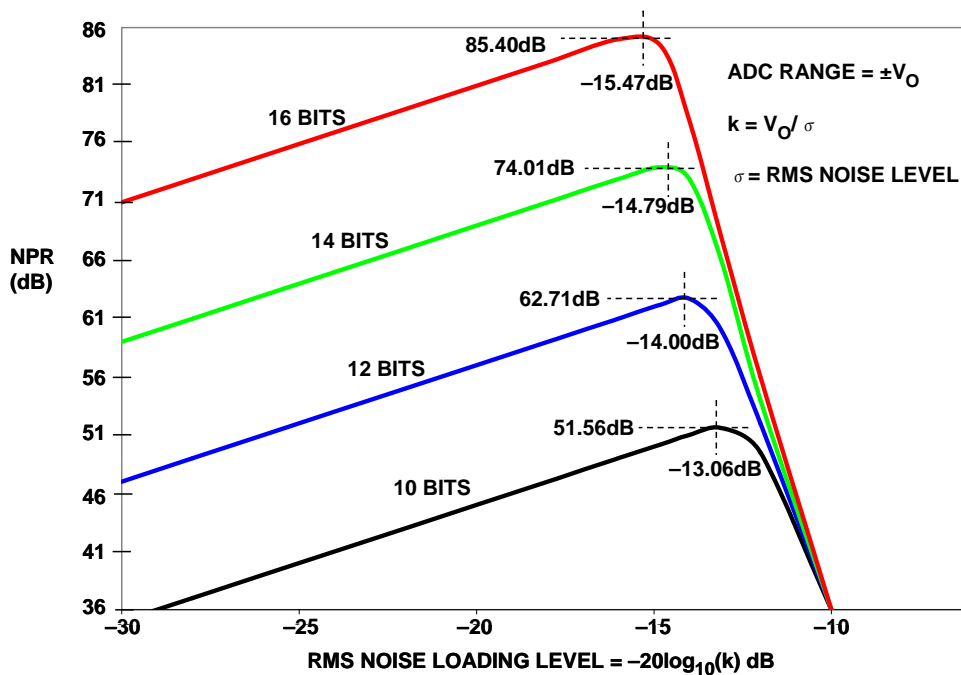


图2: 10、12、14和16位ADC的理论NPR值

需要知道的是，这些曲线是以理想ADC为基础的，其中，唯一的噪声是量化噪声和削波噪声。在实践中，实际性能水平会低于理论值，因被测试的具体ADC而异。

ADC输入范围是双极性的，为 $\pm V_o$ 满量程(即 $2V_o$ 峰峰值)。输入均方根噪声水平为 σ ，噪声加载系数 k (亦称波峰因数)定义为 V_o/σ 。因而， k 的值为峰值信号与均方根噪声之比，其中， k 表示为一个数值比。同样，必须注意的是，峰值信号为 V_o 表示峰峰值满量程输入为 $2V_o$ 。这可能会引起混淆。换句话说，通过 $v(t) = V_o \cdot \sin\omega t$ 算出的满量程正弦波刚好满足ADC输入范围。这也是 V_o 被称为峰值幅度的原因。

k 的倒数为均方根噪声与峰值信号之比，均方根噪声加载电平定义为 $1/k$ ，单位为dB：

$$\text{RMS Noise Loading Level} = 20\log_{10}\left(\frac{1}{k}\right) = -20\log(k). \quad \text{等式 1}$$

理论NPR值的推导可以分为两个部分。第一个部分推算出一个理想 n 位ADC的理论量化噪声功率。第二部分推算因ADC限幅作用导致的“削波噪声”功率。总噪声功率为两个噪声功率之和。同时展现两个区域的完整误差波形如图3所示。

该理论是以几种假设为基础的。首先，量化误差信号与输入信号无相互关系。只要信号幅度至少为几LSB，且ADC的分辨率至少为6位，这都是有效的。其次，采样速率为输入噪声带宽的两倍。第三，ADC充当超范围信号的理想限幅器。这三个假设对多数实用系统都是有效的，由此可以得到相对直观的解。

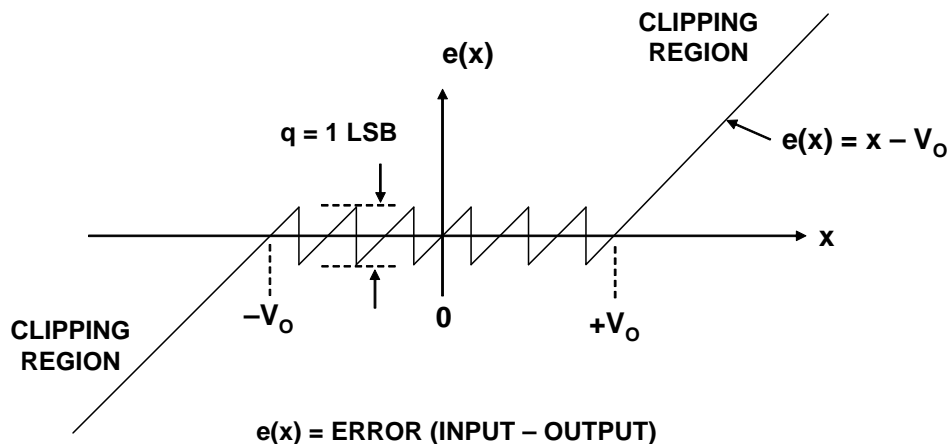


图3：理想ADC误差波形

量化噪声组分(表示为实际量化噪声电压的平方, 结果得到噪声功率)为(见参考文献2):

$$N_Q = \frac{q^2}{12} \quad \text{等式 2}$$

其中, q 为最低有效位(LSB)的权重。需要注意的是, 这是在整个奈奎斯特带宽直流至 $f_s/2$ 的范围内测得的量化噪声功率。如果信号带宽减小, 减小的带宽中的噪声会按比例减少, 必须增加一个校正因数(本文后面将讨论这一点)。

继续推导, 可知, $q = 2V_o/2^n$ 。因此, 由等式2得出:

$$N_Q = \frac{q^2}{12} = \frac{(2V_o/2^n)^2}{12} = \frac{V_o^2}{3 \cdot 2^{2n}} \quad \text{等式 3}$$

然而, 由 $k = V_o/\sigma$ 可知, $V_o = k\sigma$, 代入等式3可得:

$$N_Q = \frac{k^2 \sigma^2}{3 \cdot 2^{2n}} \quad \text{等式 4}$$

现在, 可参看图3, 了解削波噪声功率 N_c 的推算过程。

削波噪声功率可通过以下通用等式算出:

$$N_C = \int_{-\infty}^{+\infty} e^2(x)P(x)dx \quad \text{等式 5}$$

从图3B可知,

$$e(x) = x - V_o, \text{ 对于 } x > V_o, \text{ 则有} \quad \text{等式 6}$$

$$N_C = 2 \int_{V_o}^{\infty} (x - V_o)^2 P(x)dx \quad \text{等式 7}$$

其中, $P(x)$ 为高斯概率密度函数, 计算等式如下:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2} \quad \text{等式 8}$$

代入 $V_o = k\sigma$ ，并把等式8与等式7相结合，有：

$$N_C = 2 \int_{k\sigma}^{\infty} (x - k\sigma)^2 \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2} dx \quad \text{等式 9}$$

从积分的最后结果(完整推算过程见附录)可得：

$$N_C = 2\sigma^2(k^2 + 1)[1 - N(k)] - k\sigma^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-k^2/2} \quad \text{等式 10}$$

其中， $N(k)$ 为正态分布函数：

$$N(k) = \int_{-\infty}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt \quad \text{等式 11}$$

出于计算目的，函数 $[1 - N(k)]$ 可通过以下表达式近似算出：

$$1 - N(k) \approx \frac{1}{k\sqrt{2\pi}} e^{-k^2/2} \left[1 - \frac{1}{k^2 + 2} + \frac{1}{(k^2 + 2)(k^2 + 4)} - \frac{5}{(k^2 + 2)(k^2 + 4)(k^2 + 6)} \right. \\ \left. + \frac{9}{(k^2 + 2)(k^2 + 4)(k^2 + 6)(k^2 + 8)} - \frac{129}{(k^2 + 2)(k^2 + 4)(k^2 + 6)(k^2 + 8)(k^2 + 10)} \right] \quad \text{等式 12}$$

现在，将等式4和等式10相加就可算出总噪声 N_T ：

$$N_T = N_Q + N_C = \frac{k^2\sigma^2}{3 \cdot 2^{2n}} + 2\sigma^2(k^2 + 1)[1 - N(k)] - k\sigma^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-k^2/2}, \quad \text{等式 13}$$

$$\frac{N_T}{\sigma^2} = \frac{k^2}{3 \cdot 2^{2n}} + 2(k^2 + 1)[1 - N(k)] - k\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-k^2/2}. \quad \text{等式 14}$$

$$NPR = 10 \log \left(\frac{\sigma^2}{N_T} \right) = -10 \log \left(\frac{N_T}{\sigma^2} \right) \quad \text{等式 15}$$

图4展示了分辨率在8位至20位之间的ADC的NPR理论峰值以及相应的k值。纵轴为NPR(据等式15, 单位为dB)。横轴为高斯噪声加载电平与峰值信号电平的关系, σ/V_O , 单位为dB。

BITS	k OPTIMUM	k(dB)	MAX NPR (dB)
8	3.92	11.87	40.60
9	4.22	12.50	46.05
10	4.50	13.06	51.56
11	4.76	13.55	57.12
12	5.01	14.00	62.71
13	5.26	14.41	68.35
14	5.49	14.79	74.01
15	5.72	15.15	79.70
16	5.94	15.47	85.40
18	6.34	16.04	96.88
20	6.78	16.62	108.41

ADC Range = $\pm V_O$

$k = V_O / \sigma$

$\sigma = \text{RMS Noise Level}$

图4: 8至20位ADC的理论最大NPR值

同样, 需要记住的是, 这是在输入信号噪声占据整个奈奎斯特带宽(直流至 $f_s/2$)时得到的NPR。对于过采样, 其信号带宽BW小于 $f_s/2$, 必须将校正因数 $10\log_{10}[f_s/(2 \cdot BW)]$ (通常称为处理增益)加到由等式15计算的NPR中:

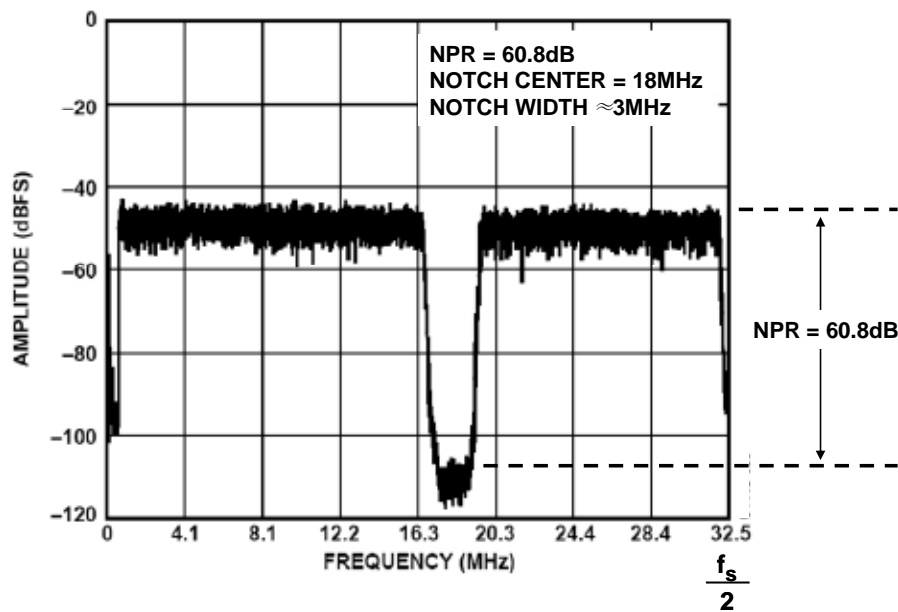
$$\text{NPR} = 10 \log \left(\frac{\sigma^2}{N_T} \right) + 10 \log \left(\frac{f_s}{2 \cdot BW} \right). \quad \text{等式 16}$$

在多通道高频通信系统中, 其中, 通道之间仅存在少量或不存在相位相关, 可通过NPR来测量因大量独立通道导致的失真和噪声, 这与FDM系统相类似。将一个陷波滤波器置于噪声源与ADC之间, 并用一个FFT输出来取代模拟接收器。陷波滤波器的宽度设为约500 kHz至2 MHz, 如图5所示, 其中为12位65-MSPS ADC [AD9229](#)。采样速率为65 MSPS, 陷波以18 MHz为中心, NPR为陷波的“深度”。一个理想的ADC只会产生量化噪声的理论值, 然而, 由于ADC瑕疵导致的额外噪声和交调失真的影响, 实用ADC还有其他噪声组分。请注意, NPR约为60.8 dB, 其理论值为62.7 dB。

以数字手段测量NPR要求FFT有足够的采样数，以使滤波器陷波内至少有25至50采样。显然，陷波宽度与FFT大小之间存在折衷。然而，陷波宽度不得大于噪声带宽的约10%，否则，测试结果可能无效。

在针对AD9229的图5所示例子中，FFT大小为16,384，结果可得频率分辨率为 $65 \text{ MSPS}/16,384 = 3.97 \text{ kHz}$ 。由于陷波滤波器宽度在陷波底部约为1 MHz，因而，大约有250采样处于陷波之内。因对中心频率、宽度和阻带抑制存在具体的要求，为了在ADC上实现NPR测试，一般需要使用定制的陷波滤波器。只使用简单的滤波器和宽带噪声源很难得到良好的结果。目前市场上有宽带高斯噪声发生器(如NoiseCom DNG7500)，借助它们，用户可以根据应用需要定制噪声。结合使用高斯噪声整形发生器和陷波滤波器，可以使这种测试更加容易实施。在此基础上，必须求出几个FFT结果的均值，以减少每次运行时NPR结果的变化，因为只有少量采样处于陷波本身之内。图5所示数据表示5次FFT运行的NPR平均结果。

NPR需要在整个噪声带宽内在几个不同的频率下进行测量，因而要求使用几个陷波滤波器。在高频下，会发生一定的衰减——与ADC的其他交流规格(如SNR和SFDR)的衰减非常相似。



**图5：AD9229 12位、65-MSPS ADC NPR
测得值为60.8 dB(理论值为62.7 dB)**

总结

我们展示了如何在标准FDM系统中用NPR来确定多通道系统(其语音通道宽度为4 kHz)的噪声和交调失真特性。也可用其来确定最佳信号电平以获得最大动态范围。这个历史达65年之久的概念在当今的现代多通道无线系统中仍然十分有用。虽然带宽和通道间距提高了,但同样的概念仍然适用。在许多情况下, NPR是复杂的多音测试的出色逼近, 在测试系统的动态范围时, 涵盖了许多应用的具体特性(见参考文献7)。

尽管单音或双音正弦波信号是目前用于测试ADC宽带应用的最流行的方法, NPR测试却提供了一种相对简单的方法, 它用一个高斯噪声输入来模拟宽带多音信号, 不需要产生大量的单音正弦波。

参考文献

1. B. D. Holbrook and J. T. Dixon, "Load Rating Theory for Multi-Channel Amplifiers," *Bell System Technical Journal*, Vol. 18, pp. 624-644, October 1939.
2. W. R. Bennett, "Spectra of Quantized Signals," *Bell System Technical Journal*, Vol. 27, pp. 446-472, July 1948.
3. W. R. Bennett, H. E. Curtis, and S. O. Rice, "Interchannel Interference in FM and PM Systems under Noises Loading Conditions," *Bell System Technical Journal*, Vol. 34, pp. 601-636, May 1955.
4. M.J. Tant, *The White Noise Book*, Marconi Instruments, July 1974.
5. G.A. Gray and G.W. Zeoli, "Quantization and Saturation Noise due to A/D Conversion," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Jan. 1971, pp. 222-223.
6. Fred H. Irons, "The Noise Power Ratio—Theory and ADC Testing," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 49, No. 3, June 2000, pp. 659-665.
7. *IEEE Std. 1241-2000, IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters*, IEEE, 2001, ISBN 0-7381-2724-8.
8. NoiseCom DNG7500 Digital Noise Generator, <http://www.noisecom.com>

附录

在本附录中，我们将展示如何评估来自等式9的以下积分。

$$N_C = 2 \int_{k\sigma}^{\infty} (x - k\sigma)^2 \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2} dx. \quad \text{等式A1}$$

该积分的形式为：

$$N_C = C \int_A^{\infty} (x - A)^2 e^{-Bx^2} dx \quad \text{等式A2}$$

其中：

$$A = k\sigma, \quad B = \frac{1}{2\sigma^2}, \quad C = \frac{\sqrt{2}}{\sigma\sqrt{\pi}}. \quad \text{等式A3}$$

结合等式A2：

$$N_C = C \int_A^{\infty} (x - A)^2 e^{-Bx^2} dx = C \int_A^{\infty} x^2 e^{-Bx^2} dx - 2AC \int_A^{\infty} xe^{-Bx^2} dx + CA^2 \int_A^{\infty} e^{-Bx^2} dx \quad \text{等式A4}$$

现在，用偏积分法来估算第一个积分：

$$\int_A^{\infty} x^2 e^{-Bx^2} dx = -\frac{1}{2B} \int_A^{\infty} x(-2Bx) e^{-Bx^2} dx. \quad \text{等式A5}$$

偏积分的基本等式是：

$$\int u dv = uv - \int v du. \quad \text{等式A6}$$

Let $u = x$ 且 $dv = -2Bxe^{-Bx^2} dx$.

则有

$$\int_A^{\infty} x^2 e^{-Bx^2} dx = -\frac{1}{2B} \left\{ xe^{-Bx^2} \Big|_A^{\infty} - \int_A^{\infty} e^{-Bx^2} dx \right\} \quad \text{等式A7}$$

$$= \frac{A}{2B} e^{-BA^2} + \frac{1}{2B} \int_A^{\infty} e^{-Bx^2} dx \quad \text{等式A8}$$

评估等式A4中的第二个积分：

$$\int_A^{\infty} xe^{-Bx^2} dx = -\frac{1}{2B} \int_A^{\infty} (-2Bx) e^{-Bx^2} dx = -\frac{1}{2B} e^{-Bx^2} \Big|_A^{\infty} = \frac{1}{2B} e^{-BA^2} \quad \text{等式A9}$$

将等式A8和A9代入等式A4：

$$\begin{aligned} N_C &= C \int_A^{\infty} (x-A)^2 e^{-Bx^2} dx \\ &= \frac{CA}{2B} e^{-BA^2} + \frac{C}{2B} \int_A^{\infty} e^{-Bx^2} dx - \frac{2AC}{2B} e^{-BA^2} + A^2 C \int_A^{\infty} e^{-Bx^2} dx \\ &= \left(\frac{AC}{2B} - \frac{2AC}{2B} \right) e^{-BA^2} + \left(\frac{C}{2B} + A^2 C \right) \int_A^{\infty} e^{-Bx^2} dx \\ &= -\frac{AC}{2B} e^{-BA^2} + C \left(\frac{1}{2B} + A^2 \right) \int_A^{\infty} e^{-Bx^2} dx \end{aligned} \quad \text{等式A10}$$

现在，据等式 | A3，把 $A = k\sigma$ ， $B = \frac{1}{2\sigma^2}$ ，和 $C = \frac{\sqrt{2}}{\sigma\sqrt{\pi}}$ 代入等式A10：

$$N_C = -k\sigma^2 \frac{\sqrt{2}}{\pi} e^{-k^2/2} + \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} (1+k^2) \int_{k\sigma}^{\infty} e^{-x^2/2\sigma^2} dx \quad \text{等式A11}$$

$$\text{令 } t = \frac{x}{\sigma}, \quad x = t\sigma, \quad dx = \sigma dt \quad \text{等式A12}$$

然后代入等式A11，并重排可得：

$$N_C = 2\sigma^2(1+k^2) \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt \right] - k\sigma^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-k^2/2} \quad \text{等式A13}$$

$$N_C = 2\sigma^2(1+k^2)[1 - N(k)] - k\sigma^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-k^2/2} \quad \text{等式A14}$$

其中， $N(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt$ ，正态分布函数 等式A15

Copyright 2009, Analog Devices, Inc. All rights reserved. Analog Devices assumes no responsibility for customer product design or the use or application of customers' products or for any infringements of patents or rights of others which may result from Analog Devices assistance. All trademarks and logos are property of their respective holders. Information furnished by Analog Devices applications and development tools engineers is believed to be accurate and reliable, however no responsibility is assumed by Analog Devices regarding technical accuracy and topicality of the content provided in Analog Devices Tutorials.